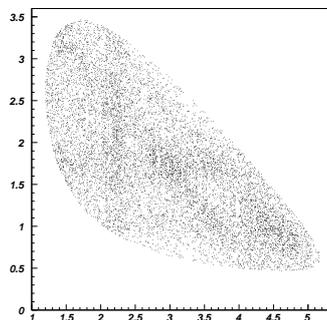


Beobachtung von Resonanzen in der Proton-Antiproton- Annihilation im Fluge in drei pseudoskalare Mesonen

Dissertation zur Erlangung des Grades
„Doktor der Naturwissenschaften“
am Fachbereich
Experimentalphysik I
der Ruhr-Universität Bochum

vorgelegt von **Jörg Lüdemann**
geb. in Kleve/Niederrhein



Bochum, im Oktober 1995

1. Gutachter: Prof.Dr. H. Koch (Ruhr-Universität Bochum)
2. Gutachter: Prof.Dr. W. Meyer (Ruhr-Universität Bochum)

Tag der mündlichen Prüfung: 06.12.1995

Das Titelbild zeigt den Dalitz-Plot der Reaktion $\bar{p}p \rightarrow \pi^0 \eta \eta$ bei einem Antiproton-Strahlimpuls von 1940 MeV/c. Aufgetragen ist das Quadrat der invarianten $\pi^0 \eta$ -Massen gegen das Quadrat der invarianten $\eta \eta$ -Masse.

„IN NATURE'S INFINITE BOOK OF SECRECY
SOME LITTLE CAN I READ.“

William Shakespeare

Meinen Eltern

Abstract

Antiproton-proton annihilation into three neutral pseudoscalar mesons with incident antiproton beam momenta of 600 MeV/c and 1940 MeV/c has been studied with the Crystal Barrel spectrometer at CERN. The data were taken with a trigger on antiproton interaction, zero charged tracks and calorimeter energy sum in order to acquire only all neutral final states.

The mass range for intermediate states is enlarged up to 2.2 GeV/c² as compared to 1.7 GeV/c² in annihilation at rest. Whereas the reaction at rest proceeds via relative S and P states, with increasing beam momentum higher spins contribute.

The production of the f₀(1500) in reactions in flight is observed. Besides weak signals in the Dalitz plots of an isoscalar state at a mass of approximately 1.85 GeV/c² and an isovector state at 1.9 GeV/c² two J^{PC} = 2⁺⁺ states decaying into π⁰π⁰ (M = 1640 MeV/c², Γ = 169 MeV/c²) and π⁰η (M = 1650 MeV/c², Γ = 260 MeV/c²) respectively have been observed. The analysis is based on the isobar model using relativistic Breit-Wigner amplitudes. In the ηη invariant mass region above 2 GeV/c² a heavy resonance is required to describe the data.

According to predictions from lattice QCD this heavy object might be the lightest tensor glueball. The other four states are good candidates for the first and second radial excitations of the non-strange tensor mesons.

Inhaltsverzeichnis

Abstract	v
Inhaltsverzeichnis	vii
1. Einleitung	1
1.1. QCD	1
1.2. Gluebälle	2
1.2.1. Bag-Modelle	2
1.2.2. Gitter-Eichrechnungen	2
1.2.3. Flux-Tube Modell	2
1.3. Die Suche nach Gluebällen	3
1.3.1. Die skalaren Mesonen	4
1.3.2. Ist das $f_0(1500)$ ein Glueball?	5
1.4. Schwerere Resonanzen	5
2. Das Crystal Barrel Experiment	7
2.1. Zielsetzung des Experiments	7
2.2. Die Quelle der Antiprotonen	7
2.3. Der Detektor	8
2.3.1. Überblick	8
2.3.2. Wasserstoffprobe und Zähler	9
2.3.3. Vieldrahtproportionalen und Jet-Driftkammer	9
2.3.4. Elektromagnetisches Kalorimeter	11
2.3.4.1 <i>Eichung des Kalorimeters</i>	13
2.3.4.2 <i>Das Kalorimeter bei Messungen im Fluge</i>	14
2.3.5. Trigger	14
2.3.6. Datenerfassung	16
3. Präparation der Endzustände	17
3.1. Rekonstruktion der Photonen	17
3.2. Vorselektion der Daten	18
3.3. Kinematische Anpassung	20
3.3.1. Bedingte Messung	20
3.3.2. Anwendung auf neutrale Endzustände im Fluge	21
3.4. Bestimmung der Meßfehler	22
3.5. Selektion der Endzustände aus der kinematischen Anpassung	23
3.6. Ergebnis der Selektion	24
3.7. Selektion des $3\pi^0$ Endzustandes bei $p_{\bar{p}} = 600 \text{ MeV}/c$	25
4. Vorstellung der Daten	29
4.1. Der Dalitz-Plot	29
4.2. Drei-Teilchen-Zustände aus der $p\bar{p}$ -Vernichtung im Fluge	30
4.3. Photon-Photon Massenspektren	31
4.4. Spektren der Endzustände mit drei pseudoskalaren neutralen Mesonen	31
4.4.1. $\pi^0\pi^0\pi^0$ bei $1940 \text{ MeV}/c$	32

4.4.2. $\pi^0\pi^0\eta$ bei 1940 MeV/c.....	34
4.4.3. $\pi^0\eta\eta$ bei 1940 MeV/c.....	36
4.4.4. $\eta\eta\eta$ bei 1940 MeV/c.....	36
4.4.5. $\pi^0\pi^0\pi^0$ bei 600 MeV/c.....	37
5. Spin-Paritätsanalyse.....	39
5.1. Die beteiligten Quantenzahlen	39
5.2. Das Isobarmodell.....	41
5.3. Die Übergangsamplitude	42
5.3.1. Die Amplitude im Helizitätsformalismus.....	42
5.3.2. Anpassen der Parameter im Helizitätsformalismus.....	44
5.3.3. Kanonische Beschreibung der Winkelverteilungen.....	45
5.3.4. Anpassung der Parameter in der kanonischen Formulierung.....	47
5.3.5. Operatorentwicklung	47
5.3.6. Vergleich der Methoden	49
5.4. Anpassung	49
6. Ergebnisse	53
6.1. Die Reaktion $p\bar{p}\rightarrow\pi^0\pi^0\pi^0$ bei 600 MeV/c.....	53
6.1.1. Beschreibung im Helizitätsformalismus.....	53
6.1.2. Beschreibung in der kanonischen Formulierung.....	55
6.2. Die Reaktion $p\bar{p}\rightarrow\pi^0\eta\eta$ bei 1940 MeV/c.....	59
7. Diskussion der Ergebnisse.....	65
Zusammenfassung.....	69
A Berechnung der kinematischen Größen.....	71
B Formeln der besten Anpassungen.....	73
B.1. Die Gewichtsfunktion für die Reaktion $p\bar{p}\rightarrow\pi^0\pi^0\pi^0$ bei 600 MeV/c.....	73
B.2. Die Gewichtsfunktion für die Reaktion $p\bar{p}\rightarrow\pi^0\eta\eta$ bei 1940 MeV/c.....	74
C Dalitz-Plots und Winkelverteilungen von Partialwellen.....	75
Literaturverzeichnis.....	79
Abbildungsverzeichnis.....	83
Tabellenverzeichnis.....	85
Danksagung.....	87
Lebenslauf.....	89

1. Einleitung

Das Ziel der Teilchenphysik ist das Verständnis der fundamentalen Gesetzmäßigkeiten in der Natur und deren einheitliche Formulierung. Eine solche *Grand Unifying Theory* muß eine Beschreibung aller vier bekannten fundamentalen Kräfte, der elektromagnetischen, der schwachen, der starken und der Schwerkraft, beinhalten. Während elektromagnetische und schwache Wechselwirkung bereits vereinheitlicht beschrieben werden können, weist eine quantenfeldtheoretische Formulierung der Gravitation prinzipielle Schwierigkeiten auf. Für Prozesse der starken Wechselwirkung gibt es die Quantenchromodynamik QCD, eine Theorie, die bisher nur in ihrem hochenergetischen Bereich durch störungstheoretische Ansätze anwendbar ist.

1.1. QCD

Nach der Entdeckung des Neutrons[1] stellte sich bald heraus, daß Kernkräfte zwischen Nucleonen unabhängig von der elektrischen Ladung der beteiligten Teilchen sind. Proton und Neutron verhalten sich identisch, geringfügige Unterschiede wie der in den Massen lassen sich allein durch die unterschiedliche elektrische Ladung erklären. Dies führte zum ersten Mal in der Physik zur Einführung einer internen Symmetrie, dem Isospin. In diesem Bild ist das Nucleon ein Zustand mit zwei möglichen Einstellungen im Isospinraum, der des Protons und der des Neutrons. Analog zum Spin des Elektrons ist die Symmetriegruppe des Isospins die Lie-Gruppe $SU(2)$. In Heisenbergs Isospin-Konzept bilden alle stark wechselwirkenden Teilchen Multipletts[2]. Um die Symmetrie der Nucleonen auf die bald darauf gefundenen Hyperonen zu erweitern, wurde die höhere Lie-Gruppe $SU(3)$ benutzt. Den entsprechenden Freiheitsgrad nennt man *flavour*[3]. Die Träger der Flavour-Ladungen der $SU(3)$ werden *quarks* genannt[4]. Ihr Spin ist $1/2$ und die drei Flavours werden mit u, d und s bezeichnet (*up, down* und *strange*). Sie tragen nicht-ganzzahlige elektrische Ladungen und gehören zur fundamentalen Darstellung der $SU(3)$. Das u - und das d -Quark sind massenentartet und bilden ein Isospin-Duplett. Das schwere s -Quark trägt die Quantenzahl der *strangeness*, die unter der starken Wechselwirkung erhalten ist, aber nicht unter der schwachen. Sie wird benötigt, um die langen Lebenszeiten von Λ - und K -Teilchen zu erklären.

Dieses einfache Quarkmodell hat entscheidende Mängel. Zum einen erklärt es nicht die Abwesenheit elektrisch gebrochen-geladener Teilchen. Zum anderen sind die Wellenfunktionen des $J^P = 3/2^+$ Baryon-Dekupletts nicht mit der Fermi-Dirac-Spinstatistik vereinbar. Die Lösung dieser Schwierigkeiten besteht darin, jedem Flavour eine verborgene Symmetrie, die sog. Farbe, mit den Eigenschaften der Lie-Algebra $SU(3)_{\text{Farbe}}$ zuzuweisen[5]. Darauf baut die Hypothese des Farb-Einschlusses (engl. *confinement*) auf, nach der nur Farb-Singulett-Zustände beobachtbar sind. Die einfachsten farbneutralen Systeme sind die Mesonen, $q\bar{q}$, und die Baryonen, qqq . Aber auch andere Singulett-Zustände wie zum Beispiel Vierquark-Systeme, $qq\bar{q}\bar{q}$, sind möglich[6].

Während die Symmetrie der $SU(N)_{\text{flavour}}$ stark gebrochen ist (N ist die Anzahl der entdeckten Quarkflavours - alle sechs im Standardmodell der Elementarteilchen beinhalteten Quarkflavours *up, down, strange, charm, bottom* und *top* sind experimentell nachgewiesen), ist die $SU(3)_{\text{Farbe}}$ exakt. Das Vorhandensein von drei Freiheitsgraden der Farbe stützt sich auf experimentelle Befunde wie z.B. die Messung des Verhältnisses R der Wirkungsquerschnitte der Reaktionen $e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen}$ und $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$. Daher ist es vernünftig, die $SU(3)_{\text{Farbe}}$ als Symmetriegruppe der starken Wechselwirkung anzusehen. Zu diesem Zweck wird sie zur Eichsymmetrie gemacht. Dieses Verfahren ist bereits von den klassischen Maxwell-Gleichungen bekannt, die invariant unter einer lokalen Phasentransformation, der Eichtransformation, der Wellenfunktion sind. Die Theorie elektromagne-

tischer Prozesse, die Quantenelektrodynamik QED[7], hat die U(1)-Gruppe als Eichsymmetrie, und die elektromagnetische Wechselwirkung wird durch das zugehörige Eichfeld vermittelt. Die Verallgemeinerung dieses Konzeptes auf nicht-abelsche Eichsymmetrien wurde von Yang und Mills durchgeführt[8]. In der Theorie stark wechselwirkender Prozesse, der Quantenchromodynamik QCD, wird die Kraft durch ein internes $SU(3)_{\text{Farbe}}$ -Eichfeld vermittelt[9]. Obwohl die Eichfelder der Vektorbosonen in der QED (Photonen) und der QCD (Gluonen) beide masselos sind, hat die starke Wechselwirkung keine große Reichweite. Dies kann durch die unterschiedliche Energieabhängigkeit der Kopplungskonstanten von QED und QCD erklärt werden. Dadurch ist auch eine Erklärung des beobachteten Einschlusses von Quarks und Gluonen in Hadronen möglich[10].

1.2. Gluebälle

Die nicht-abelsche Natur der $SU(3)_{\text{Farbe}}$ bewirkt die Selbstkopplung der Eichbosonen. Die Farbsingulett-Anregungen dieser selbstkoppelnden Eichbosonen bilden ein Teilchenspektrum, die sogenannten Gluebälle[11]. Diese sind gebundene Systeme mit zwei oder mehr konstituierenden Gluonen. Wie bei den Mesonen sind auch hier angeregte Zustände zu erwarten. Massen, Breiten und Kopplungen dieser Systeme lassen sich allerdings perturbativ nicht vorhersagen, vielmehr bedient man sich phänomenologischer Modelle.

1.2.1. Bag-Modelle

In Bag-Modellen wird ein Glueball konstruiert, indem masselose Gluon-Felder in einer statischen sphärischen Hülle[12] mit der Bedingung, daß kein gluonischer Fluß durch die Oberfläche der Hülle tritt, eingeschlossen werden. Dabei gibt es zwei gluonische Moden: transversal elektrisch (TE) mit Parität $(-1)^{L+1}$ und transversal magnetisch (TM) mit Parität $(-1)^L$. Der energetisch niedrigste Zustand ist die $L = 1$ TE-Mode mit $J^P = 1^+$. Die entsprechende energiereichere TM-Mode hat $J^P = 1^-$. Die leichtesten Gluebälle setzen sich aus zwei TE Gluonen zusammen mit den Quantenzahlen $J^{PC} = 0^{++}$ und 2^{++} . Die leichtesten angeregten Zustände haben $J^{PC} = 0^{-+}$ und 2^{-+} . Die unbekanntenen Selbstenergien führen zu großen Unsicherheiten in der Massenskala und auch zu beträchtlichen Unterschieden in den Vorhersagen verschiedener Gruppen. Der leichteste skalare Glueball wird in diesem Modell bei einer Masse von ungefähr $1 \text{ GeV}/c^2$ erwartet[13].

1.2.2. Gitter-Eichrechnungen

Gitter-Eichrechnungen[14] erlauben es, das Glueball-Spektrum mit nicht-perturbativen QCD-Rechnungen zu bestimmen. Ihre Voraussagen sind derzeit die verlässlichsten. Die zugrundeliegende Methode ist die numerische Auswertung von Feynman-Pfadintegralen durch Monte-Carlo-Simulationen. Das Raum-Zeit-Kontinuum wird hierfür durch ein Gitter angenähert. Die Qualität der Berechnungen hängt im wesentlichen nur vom Abstand Λ der Gitterpunkte ab. Inzwischen sind durch den Einsatz moderner Supercomputer große Fortschritte auf diesem Gebiet erzielt worden, sodaß man davon ausgeht, daß für einige Ergebnisse zum Kontinuumslimit ($\Lambda \rightarrow 0$) hin extrapoliert werden kann (s. Abb. 1.1). Die Vorhersagen für den leichtesten skalaren Glueball tendieren zu einer Masse von ca. $1500 \text{ MeV}/c^2$ und für den leichtesten Tensor von ca. $2200 \text{ MeV}/c^2$ [15].

1.2.3. Flux-Tube Modell

Dem Flux-Tube-Modell[16], einem Stringmodell, liegen Überlegungen der Gitter-QCD zugrunde. Die Gitterpunkte werden mit Quarks besetzt, die Verbindungen mit Gluonen. Der wesentlich neue Gedanke des Flux-Tube-Modells ist, daß das quantisierte gluonische Feld nicht durch die Gluonen der schwach koppelnden Störungstheorie dargestellt wird, sondern stattdessen durch farbelektrische Flußlinien, die in einem von mehreren angeregten Zuständen sein können, Masse pro Einheitslänge haben und sich verhalten wie quantisierte Strings. Auch in diesem Modell wird der leichteste skalare Glueball bei einer Masse von ungefähr $1500 \text{ MeV}/c^2$ erwartet.

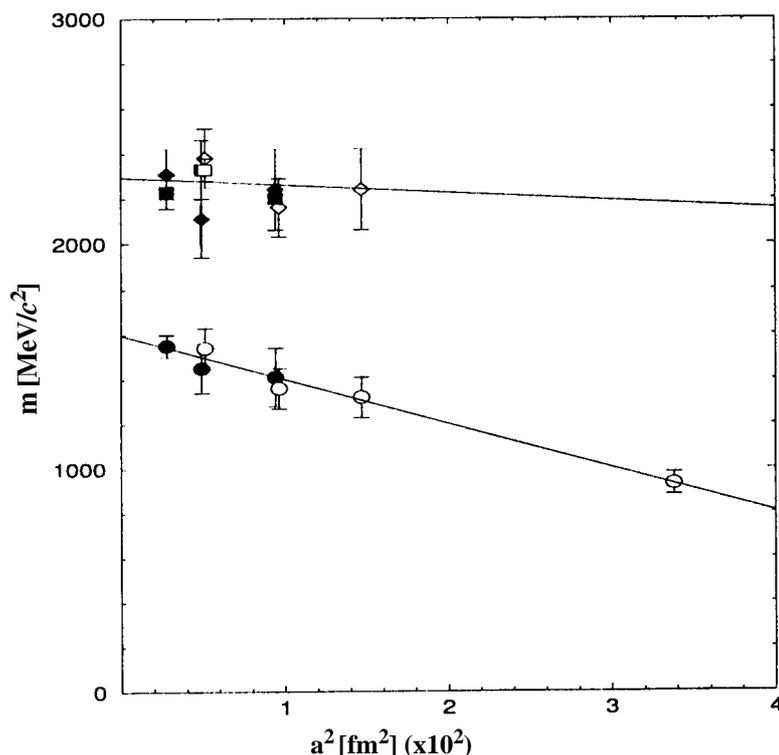


Abbildung 1.1: Vorhersagen für die leichtesten Gluebälle aus Gitterrechnungen. Die Massen für den 0^{++} und 2^{++} Glueball in Abhängigkeit des Gitterabstandes a . Die Autoren von [15] extrapolieren zu kleinen Abständen hin und machen so eine Aussage über die Werte am Kontinuumslimit.

Das Flux-Tube-Modell hat sich in der Vorhersage der Eigenschaften mesonischer und baryonischer Zustände bewährt. Als einziges Modell gelang es ihm, genaue Aussagen über Massen, Breiten und Zerfallsverzweigungsverhältnisse von Mesonen, mesonischen Radialanregungen und Hybridzuständen zu machen. Ein Hybrid ist ein Zustand, der sich sowohl aus konstituierenden Quarks und Antiquarks als auch aus Valenz-Gluonen aufbaut. Damit sind für solche Zustände J^{PC} -Quantenzahlen möglich, die mesonischen $q\bar{q}$ -Systemen unzugänglich sind. Die experimentelle Evidenz für Hybride steht noch aus.

Allen Modellen ist gemeinsam, daß sie den leichtesten Glueball mit den Quantenzahlen $J^{PC} = 0^{++}$ erwarten, die nächst schwereren mit $J^{PC} = 2^{++}$ und 0^{+-} .

1.3. Die Suche nach Gluebällen

Das Auffinden des vorhergesagten Glueballspektrums ist ein wichtiger noch zu erbringender Beweis der QCD. Insbesondere die Existenz des leichtesten skalaren Glueballs ist wichtig, zum einen, um das Vorhandensein von Valenz-Gluonen zu beweisen, zum anderen, um das Glueball-Spektrum zu kalibrieren und Hinweise für bessere Modelle zu liefern. Die Suche nach Gluebällen orientiert sich an einigen Annahmen über die Phänomenologie von Produktions- und Zerfallsmoden. Als sehr gluonenreiche Prozesse werden die radiativen J/ψ -Zerfälle[17], die doppelt diffraktive Proton-Proton-Streuung[18], die zentrale Produktion, Ladungsaustausch-Reaktionen und die Antiproton-Proton-Vernichtung angesehen.

In radiativen J/ψ -Zerfällen, die nach der empirischen OZI-Regel[19] unterdrückt sind, wird angenommen, daß sie sich über einen Zwischenzustand aus zwei Gluonen vollziehen, die einen Glueball bilden können. Im Falle der doppelt diffraktiven Proton-Proton-Streuung besteht die Möglichkeit eines Pomeron-Pomeron-Austausches. Ein Pomeron kann als virtueller Glueball interpretiert werden[20]. Neuere Ergebnisse aus der tiefinelastischen Elektron-Proton-Streuung[21] sind konsistent mit der Existenz des Pomerons. In der Antiproton-Proton-Vernichtung sind bereits viele Quarks und

Gluonen beteiligt, die nicht erst mit hohem Energieaufwand aus dem Vakuum erzeugt werden müssen.

Im Zerfall eines Glueballs sollten radiative Übergänge unterdrückt sein, da das Gluon selbst nicht an Photonen koppelt. Ein weiteres Kriterium zur Identifikation eines Zustands als Glueball ist die Überzähligkeit isoskalarer Zustände gleicher J^{PC} -Quantenzahlen im gleichen Massenbereich für ein Meson-Nonett.

1.3.1. Die skalaren Mesonen

Mit der Entdeckung des $K^*(1430)$ [22] glaubte man, alle Mesonen des skalaren Nonetts beobachtet zu haben. Demnach war das $K^*(1430)$ das kaonische Mitglied, das $a_0(980)$ der Isevektor, das $f_0(975)$ ¹ der Isoskalar im Oktett und das $f_0(1300)$ sein Singulett-Partner[23]. Dieses Bild (s. Abb. 1.2)

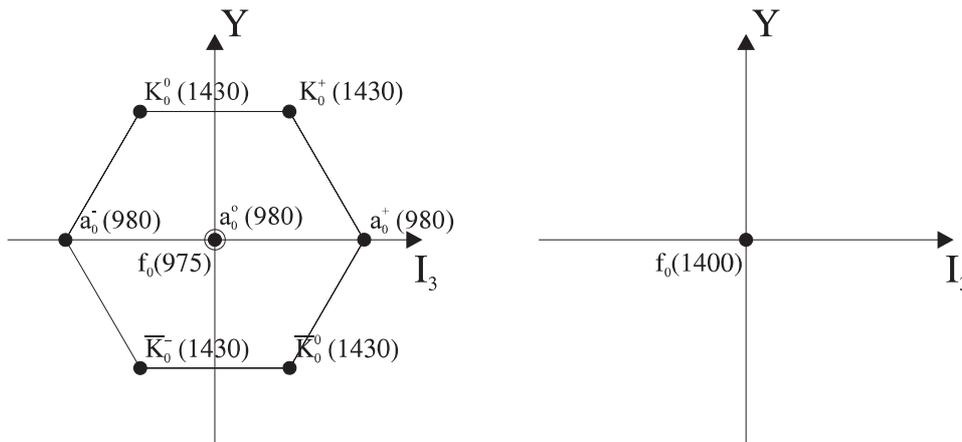


Abbildung 1.2: Das Nonett der skalaren Mesonen. In der Auftragung Hyperladung gegen dritte Komponente des Isospins läßt sich ein Nonett darstellen. Eingetragen sind die Zustände, die lange Zeit als beste Kandidaten für die Mitglieder des skalaren Meson-Nonetts galten.

war aber zu keiner Zeit zufriedenstellend. Grund dafür sind u.a. die kleinen Massen und Breiten des $a_0(980)$ und des $f_0(975)$ sowie deren viel zu starke Kopplungen an das $K\bar{K}$ -System. Eine Interpretation dieser Zustände als $K\bar{K}$ -Moleküle ist naheliegend[25]. Die Vermessung der skalaren Mesonen erweist sich als schwierig, da für den Zerfall in zwei leichte pseudoskalare Teilchen ein großer Phasenraum ohne Drehimpulsbarriere zur Verfügung steht. Damit sind die Zerfallsbreiten groß. Zusätzlich werden bei vielen Experimenten die Reaktionen von den zahlreich auftretenden Tensor-Mesonen dominiert.

Inzwischen sind mehr Zustände gefunden worden, als das Nonett der skalaren Mesonen aufnehmen kann. Nachdem am Crystal Barrel Experiment ein skalarer Isevektor, das $a_0(1450)$ [26], beobachtet worden ist, bietet sich heute ein neues mögliches Bild[27]. Hierin ersetzt das $a_0(1450)$ das $a_0(980)$, und das $f_0(1300)$ tritt an die Stelle des $f_0(975)$. Der freigewordene Platz im Singulett wird neu besetzt durch das $f_j(1710)$ [28] unter der Annahme, daß es keinen Spin hat. Außerhalb dieses komplettierten $q\bar{q}$ -Nonetts sind bislang zwei Zustände beobachtet worden: das $f_0(1370)$ und das $f_0(1500)$. Während das $f_0(1370)$ wegen seines bevorzugten Zerfallsmodus nach pp eine Deutung als pp -Molekül nicht ausschließt oder sogar identisch mit dem $f_0(1300)$ ist, zeigt das $f_0(1500)$ Eigenschaften eines Glueballs.

¹. Das $a_0(980)$ wird in älterer Literatur oft als δ bezeichnet, das $f_0(975)$ als S^* . Die aktuelle Ausgabe des *Review of Particle Properties*[24] nennt den Zustand $f_0(980)$.

1.3.2. Ist das $f_0(1500)$ ein Glueball?

Am Crystal Barrel Experiment ist das $f_0(1500)$ in seinen Zerfällen nach $\pi^0\pi^0$, $\eta\eta$ und $\eta\eta'$ in den Reaktionen Proton-Antiproton-Annihilation in Ruhe nach $3\pi^0$, $\pi^0\eta\eta$ und $\pi^0\eta\eta'$ gesehen worden. Mit einer Abschätzung der Kopplung an das $K\bar{K}$ -System aus älteren Messungen[29] ergibt sich für die Verhältnisse der auf Phasenraum- und Formfaktoreffekte korrigierten Kopplungskonstanten für den Zerfall des $f_0(1500)$:

$$\pi^0\pi^0: \eta\eta: \eta\eta': K\bar{K} = 1: 0.27\pm 0.11: 0.19\pm 0.08: <0.1[30]. \quad (1.1)$$

Diese Werte sind nicht mit einer Interpretation dieses Zustandes als $q\bar{q}$ -System verträglich. Sie deuten auf einen hohen gluonischen Anteil hin, was im Rahmen einer Mischung der beiden isoskalaren $q\bar{q}$ -Nonett-Mitglieder mit dem leichtesten skalaren Glueball erklärt werden kann[31].

Weil das $f_0(1500)$ das Zerfallsmuster eines Glueballs aufweist, und auch die Masse mit Voraussagen aus Gitterrechnungen übereinstimmt, ist die Untersuchung der Produktionsmoden des $f_0(1500)$ von großem Interesse. Dieser Zustand ist bisher in der Proton-Antiproton-Annihilation in Ruhe, der zentralen Produktion und im Ladungsaustausch beobachtet worden. Darüberhinaus gibt es Evidenz für die Erzeugung im radiativen J/ψ -Zerfall.

Diese Arbeit untersucht unter anderem das $f_0(1500)$ in der Proton-Antiproton-Annihilation im Fluge.

1.4. Schwerere Resonanzen

Das Crystal Barrel Experiment ist speziell zur Vermessung der Proton-Antiproton-Annihilation in Ruhe gebaut worden. Aber erst in der Reaktion im Fluge werden durch den vergrößerten Phasenraum intermediäre Zustände von Massen bis zu $2.2 \text{ GeV}/c^2$ beobachtbar. In diesem Massenbereich zwischen $1.7 \text{ GeV}/c^2$ und $2.2 \text{ GeV}/c^2$ sind bereits viele Zustände in anderen Experimenten, wie beispielsweise am E760-Experiment[32] am Fermi National Laboratory, USA, gesehen worden. Jedoch hat bislang die Vielzahl breiter, sich überlappender Resonanzen die Spektroskopie erschwert. Die meisten Zustände sind nur in einzelnen Experimenten beobachtet worden; oftmals sind die Ergebnisse für Massen, Breiten, Zerfallsmodi und Quantenzahlen widersprüchlich oder mehrdeutig. Aber gerade diese große Zahl von Hadronen läßt vermuten, daß sich darunter auch exotische Zustände befinden. Abbildung 1.3 zeigt die Spektren der invarianten 4π -Massen aus der Reaktion $J/\psi \rightarrow 4\pi + \gamma$ [33], gemessen am MarkIII-Experiment am Stanford Linear Accelerator Center, USA. Beide Spektren zeigen übereinstimmend Strukturen bei 1500, 1750 und 2100 MeV/c^2 . Diese Signale wurden auch am Experiment E760 in der $\eta\eta$ -Masse gefunden. Ein anderer Zugang zu schwereren Zuständen ist die direkte Formation aus dem Antiproton-Proton-System.

Der Crystal Barrel Detektor hat sich als hervorragendes Mesonenspektrometer bewährt, insbesondere bei der Untersuchung rein neutraler Endzustände. Da die Proton-Antiproton-Annihilation als gluonenreicher Prozeß gilt, ist es ein weiteres Ziel dieser Arbeit, neue Erkenntnisse über diesen interessanten Bereich zu gewinnen.

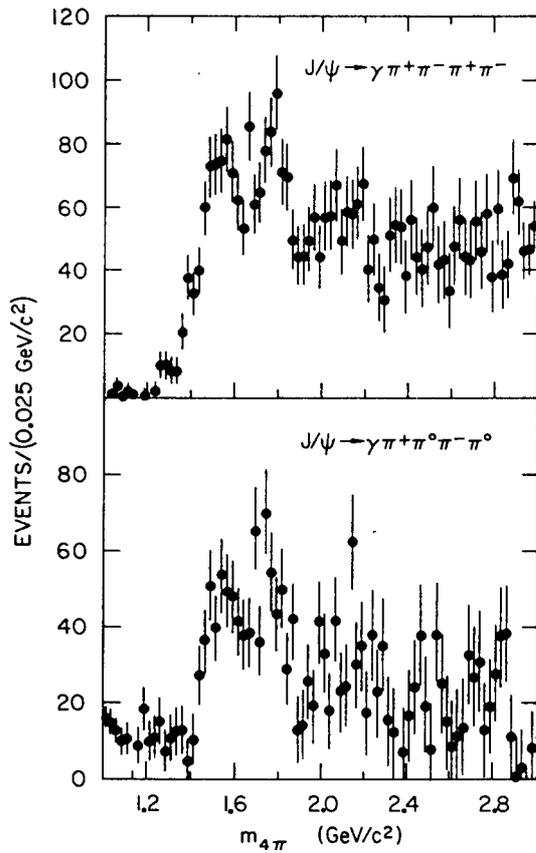


Abbildung 1.3: Spektrum der invarianten 4π -Masse am MARKIII-Experiment. Die Spektren zeigen interessante Strukturen in einem Massenbereich, der am Crystal Barrel Experiment erst durch die Messung im Fluge zugänglich wird.

2. Das Crystal Barrel Experiment

2.1. Zielsetzung des Experiments

Die Crystal Barrel Kollaboration hat sich zur Aufgabe gemacht, zum einen leichte Mesonenspektroskopie zu betreiben, zum anderen die Proton-Antiproton-Annihilation zu untersuchen. Dies beinhaltet u.a. die Fragen nach Strangeness-Anteilen im Nukleon, nach der Dynamik von Quarks und Gluonen im Antiproton-Nukleon-Annihilationsprozeß und nach der Existenz von hadronisch gebundenem Baryonium. Die Spektroskopie versucht, sowohl exotische Resonanzen (Gluebälle, Hybride, Vielquarkzustände) zu finden, als auch das Spektrum der Mesonen zu komplettieren und schwer zugängliche Eigenschaften der Mesonen wie z.B. radiative Zerfälle zu studieren. Das Auffinden exotischer Teilchen ist ein seit langem ausstehender Beweis der QCD, die deren Existenz verlangt (s.Kap.1.2.).

Die Crystal Barrel Kollaboration setzt sich zur Zeit aus ungefähr 80 Wissenschaftlern aus sechs Ländern zusammen. Das Experiment wurde 1985 vorgeschlagen[34] und betreibt seit Ende 1989 Messungen, in denen schon weit über 100 Millionen Ereignisse aufgezeichnet worden sind.

Um alle Produkte aus der Antiproton-Proton-Vernichtung zu detektieren, muß das Experiment gleichzeitig elektrisch geladene und neutrale Teilchen nachweisen, wobei für geladene Teilchen eine Pion-Kaon-Trennung möglich sein soll. Zur vollständigen Rekonstruktion der Ereignisse ist nahezu vollständige Hermitizität nötig. Das Experiment soll bei unterschiedlichen Strahlimpulsen und auswechselbaren Proben (flüssiger oder gasförmiger Wasserstoff, flüssiges Deuterium) durchführbar sein. Als erstes Experiment in diesem Bereich wird es allen diesen wichtigen Voraussetzungen hervorragend gerecht.

2.2. Die Quelle der Antiprotonen

Protonen werden aus einem Linearbeschleuniger in das CERN-Proton-Synchrotron PS eingespeist, wo sie auf einen Impuls von 26 GeV/c beschleunigt werden. Nach der Extraktion werden sie auf ein Wolframtarget gelenkt, wobei unter anderem Proton-Antiproton-Paare entstehen. Aufgrund ihrer elektrischen Ladung lassen sich die Antiprotonen von den Protonen trennen. Sie werden nun mit einem Impuls von 3.5 GeV/c in den Antiproton-Akkumulator ACOL geleitet und dort für ungefähr einen Tag gespeichert. In dieser Zeitspanne verschwinden Verunreinigungen des Strahls durch kurzlebige Mesonen vollständig. Mittels stochastischer Kühlung in longitudinaler und transversaler Richtung werden die Antiprotonen in ihrem Phasenraum verdichtet. Stündlich lassen sich bis zu $3 \cdot 10^9$ Antiprotonen aus dem ACOL-Ring extrahieren. Sie werden im PS auf 600 MeV/c abgebremst und in den Niederenergie-Antiproton-Ring LEAR[35] transferiert. Dort wird sowohl stochastische[36] als auch Elektronen-Kühlung eingesetzt, um Winkeldivergenzen des Strahls und Streuung der longitudinalen Impulse weiter herabzusetzen. Mit dem Antiprotonenstrahl des LEAR steht vielen Experimenten eine Strahlquelle hervorragender Qualität zur Verfügung. Der Impuls extrahierter Antiprotonen ist variierbar zwischen 65 MeV/c und 1.94 GeV/c mit einer relativen Unschärfe von $\Delta p/p = 5 \cdot 10^{-4}$ und einer horizontalen Strahlemittanz von 2π mm mrad.

Tritt das Antiproton mit nur geringem Impuls in die Probe ein, wird es durch Stöße im Wasserstoff abgebremst. Dann wird es von einem Wasserstoffmolekül in einem hohen Rydberg-Zustand eingefangen[37], das Molekül dissoziiert, und das Protonium-Atom annihiliert nach einer Kaskade aus der atomaren S- oder P-Welle. Diese Beschreibung trifft nicht auf Messungen mit Antiprotonen im

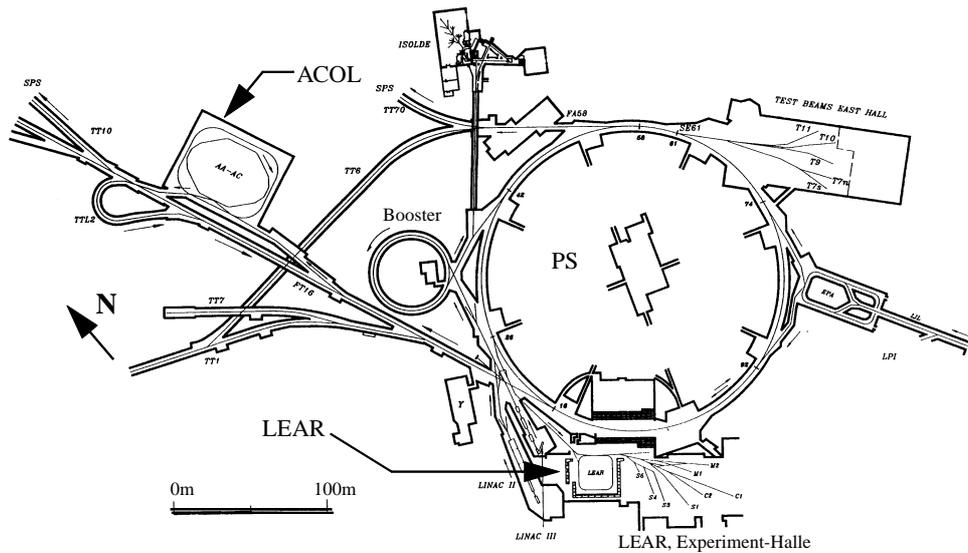


Abbildung 2.1: Der Antiproton-Komplex am CERN. Dargestellt sind die Anlagen PS, ACOL(AA) und LEAR.

Fluge zu. Der Großteil des Strahls durchquert das Target ungehindert und nur ein kleiner Teil reagiert mit den Wasserstoffkernen. Die Quantenzahlen des Streuzustandes sind die eines Fermion-Antifermion-Systems:

die Parität errechnet sich zu

$$P = (-1)^{L+1} \tag{2.1}$$

und die Ladungskonjugation zu

$$C = (-1)^{L+S}. \tag{2.2}$$

L ist dabei der relative Bahndrehimpuls zwischen Proton und Antiproton, und S ist der Spin aus der Kopplung der Spins beider Teilchen. Der Isospin des Systems kann sowohl 0 als auch 1 sein. Die möglichen Zustände sind in der Notation $J^{PC}(^{2S+1}L_J)$, mit J dem Gesamtspin des Systems, in Tabelle 2.1 angegeben.

J \ PC	--	+-	+-	++
0	1S_0	-	3G_4	3P_0
1	-	1P_1	$^3S_1, ^3D_1$	3P_1
2	1D_2	-	3D_2	$^3P_2, ^3F_2$
3	-	1F_3	$^3D_3, ^3G_3$	3F_3
4	1G_4	-	-	3F_4

Tabelle 2.1: Quantenzahlen und atomspektroskopische Notation des $\bar{p}p$ -Systems. Anfangszustände, die zu Endzuständen aus drei neutralen pseudoskalaren Mesonen beitragen können, sind grau hinterlegt.

2.3. Der Detektor

2.3.1. Überblick

Wesentliche Anforderung an das Detektorsystem ist die vollständige Erfassung aller geladenen und neutralen Mesonen und deren Zerfallsprodukte im vollen Raumwinkel bei hoher Auflösung von Ort und Energie bzw. Impuls. Die Rekonstruktion der Kinematik kurzlebiger Mesonen aus der Messung der Tochterpartikel muß möglich sein. Eine Pion/Kaon-Trennung ist notwendig zur

Identifikation geladener Teilchen. Es sollen Experimente mit flüssigem und gasförmigen Wasserstoff, sowie mit Deuterium bei Strahlimpulsen vom kleinsten Impuls des LEAR von 65 MeV/c bis hin zu 1.94 GeV/c möglich sein. Das Datenerfassungssystem muß Raten von mehr als 50 Hz zulassen, damit auch seltene Zerfälle mit hoher Statistik untersucht werden können. Diese müssen mit selektiven Triggern angereichert werden. Aus diesen Anforderungen ergab sich der Aufbau des Experiments.

Die Antiprotonen treten durch einen Eingangszähler in das Wasserstofftarget(6) ein (s.Abb.2.2). Dieses ist umgeben von zwei zylindrischen Vieldrahtproportionalkammern(5) zur Messung der Multiplizität geladener Spuren. Weiter außen befinden sich eine Jet-Driftkammer(4) zur Spurrekonstruktion geladener Teilchen und ein segmentiertes elektromagnetisches Kalorimeter(3) zur ortsensitiven Energiemessung von Photonen. Die Trajektorien geladener Teilchen werden durch das solenoidale Feld eines konventionellen Magneten(2) gekrümmt, wodurch sie vermessen werden können. Dieser ist umgeben von einem kastenförmigen Eisenjoch(1), das auf der Ober- und Unterseite mit Szintillatorrhodoskopen zur Erkennung kosmischer Teilchen bestückt ist.

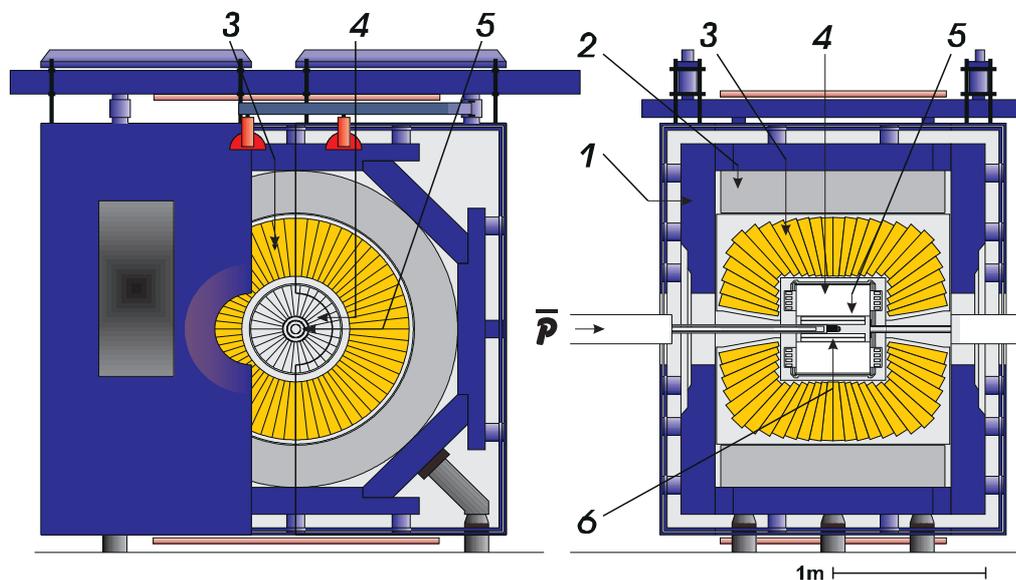


Abbildung 2.2: Front- und Seitenansicht des Crystal Barrel-Detektors schematisch. 1.) Eisenjoch, 2.) Magnetspule, 3.) elektromagnetisches Kalorimeter, 4.) Jet-Driftkammer, 5.) Vieldrahtproportionaldrahtkammern, 6.) Wasserstoffprobe.

2.3.2. Wasserstoffprobe und Zähler

An der Austrittsstelle des Strahls aus dem LEAR ist das Vakuum des Beschleunigers durch ein 100 μm dünnes Berylliumfenster abgetrennt. Danach durchdringt der Strahl einen strahldefinierenden Szintillationszähler und trifft auf eine vierfach segmentierte Siliziumdiode. Das Signal der Diode dient sowohl der Feinjustierung des Strahls als auch als Startgeber (Trigger) für die Ausleselektronik. Die sich anschließende Probe ist 44 mm lang und hat einen Durchmesser von 17 mm. In Strahlrichtung hinter der Probe befindet sich ein Szintillationszähler, der ein Veto zum Signal der Siliziumdiode definiert, wenn ein Antiproton nicht an einer Reaktion in der Probe teilgenommen hat. Das Signal aus den Eingangszählern zusammen mit dem fehlenden Vetosignal bedeuten, daß eine Reaktion im Target stattgefunden hat. Wird während der Totzeit des Detektors eine weitere Reaktion festgestellt, wird das Ereignis als *pile-up* markiert.

2.3.3. Vieldrahtproportionalkammern und Jet-Driftkammer

Da in dieser Arbeit nur Ereignisse ohne geladene Teilchen im Endzustand analysiert wurden, werden die Detektorkomponenten zur Erfassung und Vermessung geladener Spuren hier nicht näher

behandelt. Eine detaillierte Beschreibung befindet sich in [38]. Die wesentlichen Parameter der Vieldrahtproportionalkammern (PWC) sind in Tabelle 2.2 angegeben, die Kenndaten der Jet-Driftkammer (JDC) in Tabelle 2.3.

Die PWCs sind zwei koaxiale einlagige zylindrische Drahtkammern, die das Wasserstofftarget umschließen. Sie werden mit einem „schnellen“¹ Gasgemisch betrieben, damit die Information über die Multiplizität geladener Spuren für den Trigger genutzt werden kann. Außerdem messen sie zusätzliche Punkte der Spuren in der Nähe des Annihilationsvertex. Die Kammern sind so dimensioniert, daß mit ihnen auch auf K_S -Zerfälle in geladene Pionen getriggert werden kann. Diese zerfallen aufgrund ihrer großen Lebensdauer häufig erst zwischen beiden Kammern, wodurch sich dort unterschiedliche Multiplizitäten ergeben.

	innere Kammer	äußere Kammer
Gesamtlänge	450 mm	
sensitive Länge	350 mm	
Außendurchmesser	60 mm	95 mm
Innendurchmesser	42 mm	77 mm
Radius der Anodenebene	25.5 mm	43 mm
Zahl der Signaldrähte (Anode)	90	150
Drahtdurchmesser u. -material	15 μm , Wolfram-Rhenium	
Abstand der Anodendrähte	1.8 mm	
Abstand Anode-Kathode	3.5 mm	
Raumwinkel (in % von 4π)	99	97
Gasvolumen	0.38 l	0.66 l
Gasgemisch	Argon(69.5%), Ethan(30%), Freon(0.5%)	

Tabelle 2.2: Technische Daten der Vieldrahtproportionaldrahtkammern.

Die Jet-Driftkammer ist aus 30 Sektoren mit je 23 Signaldrähten² aufgebaut. Der Radius der ersten Drahtlage ist 63 mm, der äußersten 239 mm, der Abstand von einer Drahtlage zur nächsten beträgt 8 mm. Dadurch ist die maximale Driftstrecke gegeben zu 6 mm für die innerste Lage und bis zu 27 mm für die äußerste. Die Signaldrähte eines Sektors sind alternierend um $\pm 200 \mu\text{m}$ von der Sektormitteebene versetzt. Durch diese Technik (*staggering*), läßt sich entscheiden, durch welche Hälfte des Sektors die Teilchenspür verläuft. Auf der Sektormitteebene zwischen den Signaldrähten verlaufen 22 Feldkorrekturdrähte, über die sich die Gasverstärkung einstellen läßt. Die Sektoren werden voneinander durch je 30 Kathodendrähte getrennt. Sie definieren das Driftfeld, das über einen großen Bereich homogen 1100 V/cm beträgt. Eine gute r, ϕ -Auflösung wird durch ein langsames Gasgemisch erreicht. Mit der Mischung 90% CO_2 und 10% $\text{isoC}_4\text{H}_{10}$ beträgt die mittlere Driftgeschwindigkeit der Elektronen etwa 0.92 cm/ μs bei einem Lorentzwinkel von 7.2° bei 1.5 Tesla Magnetfeld. Durch Ladungsteilung der Signale an beiden Enden der Anodendrähte wird eine Bestimmung der z-Koordinate mit einer Auflösung von 7.5 mm möglich.

Durch ständige Kontrolle von Temperatur, Druck und Zusammensetzung des Driftgases wird die aktuelle Größe der Driftgeschwindigkeit korrigiert. Die Eichung der JDC wird mit monoenergetischen Pionen und Kaonen aus Zwei-Körper-Annihilationen durchgeführt. Man erreicht damit eine

¹. „schnell“ bezieht sich hier auf die mittlere Geschwindigkeit freier Ladungsträger im Gas bei angelegtem äußeren elektrischen Feld.

². In dieser Arbeit wird nur der Aufbau der ersten Jet-Driftkammer beschrieben. Seit 1994 ist sie durch eine neue Kammer ersetzt worden. Die technischen Daten der neuen Kammer sind denen der alten sehr ähnlich. Da in dieser Arbeit nur rein neutrale Ereignissen ausgewertet worden sind, wird nicht näher auf die Unterschiede eingegangen.

Anzahl der Sektoren	30
Anzahl der Signaldrähte pro Sektor	23
Material	Edelstahl, 29.7 Ω/cm , $\varnothing = 20 \mu\text{m}$
Anzahl der Felddrähte pro Sektor	74
Material	goldbeschichtetes Aluminium, $\varnothing = 152 \mu\text{m}$
Gasgemisch	$\text{CO}_2(90\%), \text{isoC}_4\text{H}_{10}(10\%)$
mittleres Driftfeld	1100 V/cm
mittlere Driftgeschwindigkeit	0.92 cm/ μs
maximale Driftzeit	ca. 3 μs
Lorentzwinkel	7.2° bei 1.5 Tesla
Pion-Kaon-Trennung über dE/dx-Messung	bis 500 MeV/c
r, φ -Auflösung	100 μm
z-Auflösung	5-6 mm

Tabelle 2.3: Kenndaten der Jet-Driftkammer.

relative Impulsauflösung von 2% bei $p = 928 \text{ MeV}/c$, was im homogenen Bereich des Driftfeldes einer Ortsauflösung von 100 μm pro Meßpunkt entspricht. Pionen und Kaonen mit Impulsen unter 500 MeV/c können über die Bestimmung des differentiellen Energieverlustes in der Kammer voneinander unterschieden werden.

Das konstante solenoidale Magnetfeld, in dem sich die Kammern befinden, weist Inhomogenitäten unter 2% auf. Die maximale Flußdichte, die mit dem Magneten erreicht wird, beträgt 1.5 Tesla.

2.3.4. Elektromagnetisches Kalorimeter

Die sehr zahlreich in Antiproton-Proton-Vernichtung auftretenden neutralen π - und η -Mesonen weisen ein großes Verzweigungsverhältnis für den Zerfall in zwei Photonen auf. Zweck des Kalorimeters ist es, die Energie der Photonen zu absorbieren und durch Umwandlung in niederenergetische elektromagnetische Strahlung zu messen. In Kombination mit der Bestimmung des Einschlagortes des Photons in das Kalorimeter soll seine vollständige Rekonstruktion möglich sein. Im Szintillator bewirkt ein Photon einen elektromagnetischen Schauer, eine Kaskade von e^+e^- -Paarbildungen und Bremsstrahlungsprozessen. Die Photonen, Elektronen und Positronen des Schauers regen das Szintillationsmaterial an, es kommt zur Emission von Szintillationslicht. Die resultierende Lichtausbeute ist nahezu proportional zur Anzahl der Sekundärteilchen im Schauer, und ist damit ein direktes Maß für die im Szintillator deponierte Energie. Als Szintillatormaterial wird mit Thallium dotiertes Cäsiumjodid verwendet, das sich durch seine geringe Strahlungslänge von nur $X_0 = 1.86 \text{ cm}$ auszeichnet. Gegenüber NaI weist es neben der geringeren Strahlungslänge auch eine höhere Lichtausbeute und eine geringe Hygroskopie auf. Die verwendeten CsI-Kristalle sind 30 cm lang, entsprechend 16.1 Strahlungslängen, sodaß die Energie eines 2 GeV-Photons fast vollständig (>99%) gemessen werden kann. Die transversale Schauerausdehnung wird beschrieben durch den Molière-Radius R_M . Innerhalb eines Bereiches von $3 R_M$ werden 99% der Schauerenergie deponiert. Der Molière-Radius für CsI beträgt etwa 3.8 cm.

Das elektromagnetische Kalorimeter ist aus 1380 CsI(Tl)-Kristallen aufgebaut. Diese sind faßartig in 26 Ringen angeordnet, die sich außen an die JDC anschließen. Die zwanzig inneren Ringe bestehen aus jeweils 60 Kristallen, die äußeren sechs Ringe aus je 30 Kristallen (s. Abb. 2.3). Die Kristalle haben eine pyramidenstumpfförmige Form, bei der die kleinere, zum Targetmittelpunkt weisende Fläche einen Winkelbereich von 6° in azimuthaler wie in polarer Richtung überdeckt. Dies gilt für die inneren 20 Ringe, die den Polarwinkelbereich von 30° bis 150° abdecken. Die Kristalle der äußeren Ringe decken die Polarwinkelbereiche nahe der Strahlachse von 12° bis 30° und von 150° bis 168°

mit einer Granularität von 12° in azimuthaler Richtung ab. So überdeckt das Kalorimeter einen Raumwinkel von 97.8% von 4π . Es gibt aufgrund der unterschiedlichen Form der Kristalle 13 verschiedene Typen, die ringweise von innen nach außen durchnummeriert werden. Die technischen Daten sind in Tabelle 2.4 zusammengefaßt.

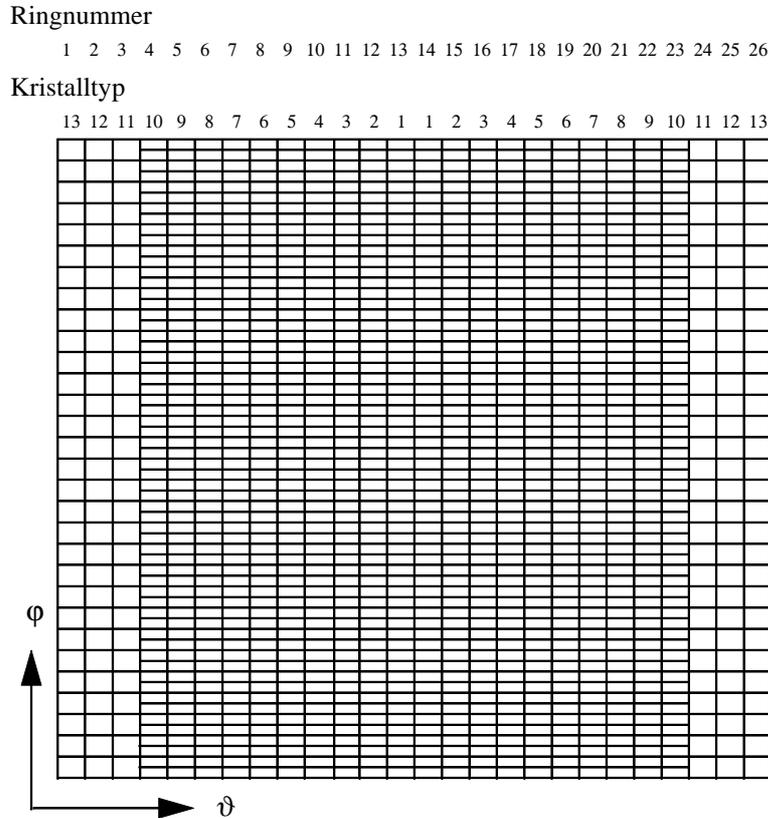


Abbildung 2.3: Matrixdarstellung der Kristallstirnflächen in der φ, ϑ -Ebene. Das Kalorimeter besteht aus 1380 CsI-Kristallen, die faßartig in Ringen um die Jet-Driftkammer herum angeordnet sind. Die inneren 20 Ringe(4-23) bestehen aus jeweils 60 Kristallen, die äußeren 6 Ringe aus je 30. Jeder Ring deckt in ϑ einen Winkel von 6° ab.

Die Kristalle befinden sich in $100\ \mu\text{m}$ dicken Titanhüllen (s.Abb.2.4). Das hohe Magnetfeld, in dem sich die Apparatur befindet, erlaubt keine Auslese durch Photomultiplier. Stattdessen kommen Photodioden zum Einsatz. Sie sind über einen Wellenlängenschieber mit der dem Target abgewandten Seite der Kristalle verbunden. Die Wellenlängenschieber aus Plexiglas verschieben das Licht der Kristalle ($\lambda = 550\ \text{nm}$) zu höheren Wellenlängen, bei denen die Photodioden maximale Empfindlichkeit aufweisen. Ein Vorverstärkermodul ist an der Rückseite jedes Kristalls angebracht. Der Integrationsverstärker sammelt das Signal der Photodiode über einen Zeitraum von $1\ \mu\text{s}$ auf. Die Lichtsignale des CsI(Tl)-Szintillators teilen sich auf in eine schnelle Komponente mit $0.9\ \mu\text{s}$ und eine langsame mit $7\ \mu\text{s}$ Abklingzeit. Durch Verstärker, die auf die Pulsform der Signale sensitiv sind, kann der Effekt der größeren Zeitkonstanten unterdrückt werden. Das vorverstärkte Signal wird in zwei Analog-Digital-Wandler (ADC) von unterschiedlichem Auflösungsvermögen und unterschiedlicher Geschwindigkeit eingespeist. Der parallele Einsatz zweier kommerzieller ADCs gewährleistet zum einen eine schnelle Auslese, zum anderen einen großen dynamischen Bereich. Der schnellere ADC (LeCroy 4300-B FERA) digitalisiert mit einem 11-Bit breitem Register und deckt den Energie-Bereich von 0-2000 MeV ab. Er erreicht somit eine Auflösung von 1 MeV und kann zu Triggerzwecken eingesetzt werden. Das andere System (LeCroy 2282) erreicht bei 12-Bit

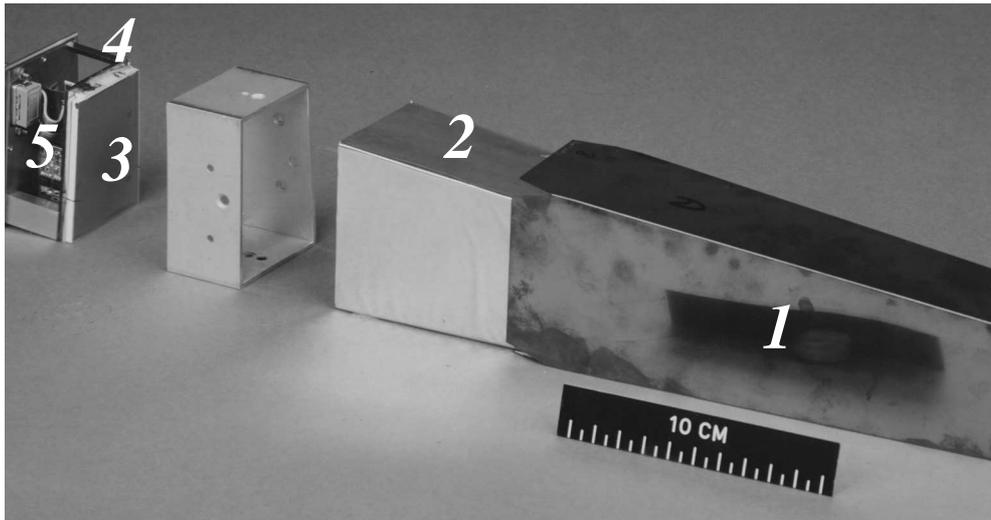


Abbildung 2.4: Photographie eines Kristalls mit Ausleseelektronik. Auf dem Bild zu sehen ist ein in Mylar-Folie eingewickelter CsI-Kristall(2) des Kalorimeters in seiner Titan-Verkleidung(1). Im linken Teil des Bildes befinden sich der Wellenlängenschieber(3), die Photodiode(4) und die Vorverstärkerelektronik(5).

Informationstiefe und einem abgedeckten Energiebereich von 0-400 MeV eine zehnfach bessere Auflösung.

Material	CsI, mit Thallium dotiert
Dichte	4.53 g/cm ²
Strahlungslänge X_0	1.86 cm
Molière Radius	3.8 cm
Photonenausbeute	4.5x10 ⁴ pro deponiertem MeV
Emissionsmaximum	550 nm
Abklingzeiten	0.9 μ s und 7 μ s
Kristalllänge	30 cm = 16.1 X_0
Segmentierung in φ	60(30) Kristalle, Öffnungswinkel 6°(12°)
Segmentierung in ϑ	26 Kristalle, Öffnungswinkel 6°
Raumwinkel	97.8% von 4 π

Tabelle 2.4: Technische Daten des elektromagnetischen Kalorimeters.

2.3.4.1 Eichung des Kalorimeters

Ausgelöst durch Signale einer radioaktiver (²⁴¹Am)-Quelle wird das Kalorimeter während der Füllzeiten des LEAR ausgelesen, um so durch unkorrelierte Ereignisse den Nullpunktrauschpegel zu bestimmen. Er liegt im Mittel bei einem Energieäquivalent von 220 keV. Das Licht zweier Xenon-Blitzlampen, das über jeweils separate Lichtleiter an die einzelnen Kristalle geführt wird, ermöglicht eine Kontrolle des linearen Ansprechverhaltens der Ausleseelektronik und der ADCs. Mit Hilfe des kalibrierten Lichtpulsersystems werden beide ADCs jedes Kanals aufeinander abgestimmt. Nach Abzug des Nullpunktrauschens und der Justierung der ADC-Systeme zueinander, beginnt der Eichprozeß, dessen Aufgabe es ist, Umrechnungsfaktoren (Kalibrationskonstanten) zu ermitteln. Mit diesen Konstanten können den Ausgabewerten der ADCs Energien zugeordnet werden.

Eine erste grobe Eichung wurde mit dem Signal geladener Teilchen durchgeführt. Hierzu wurden bei abgeschaltetem Magnetfeld Ereignisse mit vier Spuren in der Driftkammer aufgezeichnet. Die geladenen Teilchen sind überwiegend minimal-ionisierend und deponieren ca. 175 MeV im Kalorimeter. Die Schwächen dieser Methode liegen darin, daß nur für eine bestimmte Energie geeicht wird, sowie daß mit geladenen Teilchen geeicht wird und nicht mit Photonen, und auch, daß die verwendeten Daten aufgrund des abgeschalteten Magneten nicht weiter ausgewertet werden können. Mit diesem Verfahren gelang es jedoch, Startwerte für die Kalibrationskonstanten zu erhalten.

Zur Eichung jeder einzelnen Strahlperiode kommt eine Methode zum Einsatz, die auf dem Abgleich der π^0 -Masse basiert[39]. Hierzu werden circa 10^6 rein neutrale Ereignisse verwendet. Für jeden Kristall wird ein Histogramm angelegt, in das die invarianten Massen, welche die Photonen, die in ihn eingeschlagen sind, mit allen anderen Photonen bilden, eingetragen werden. In diesen Histogrammen zeichnet sich über einem kombinatorischem Untergrund ein deutliches Signal bei der π^0 -Masse ab (s. Abb. 2.5). Die Spektren werden mit einer Gauß-Kurve zur Beschreibung des Signals und Chebyshev-Polynomen zur Beschreibung des Untergrundes angepaßt. Die Position der Gauß-Kurve hängt im wesentlichen nur von der Kalibrationskonstanten des jeweiligen Kristalls ab, und ist fast unabhängig von den Eichfaktoren der Nachbarkristalle, deren Einflüsse sich im Mittel herausheben. So werden in einem iterativen Verfahren die Konstanten soweit korrigiert, daß die nominale π^0 -Masse in den Spektren erscheint. Es hat sich herausgestellt, daß die Kalibrationskonstanten von Strahlzeit zu Strahlzeit nur wenig variieren, sodaß eine Vorkalibrierung mit minimal-ionisierenden Teilchen nicht nötig ist. Als Ausgangspunkt für eine Eichung dienen die Eichfaktoren der vorangegangenen Meßperiode.

2.3.4.2 Das Kalorimeter bei Messungen im Fluge

Der Aufbau des Crystal Barrel Detektors ist dem eines Kollisions-Experimentes ähnlich. Die Symmetrie ist für Messungen optimiert, bei denen Labor- und Schwerpunktsystem identisch sind, wie es für die $p\bar{p}$ -Vernichtung in Ruhe der Fall ist. Bei Messungen im Fluge ist diese Situation nicht mehr gegeben, vielmehr werden durch die Lorentz-Transformation, die alle Teilchen erfahren, Detektorteile in Strahlrichtung stärker beansprucht. Der Raumwinkel im Schwerpunktsystem, der durch das elektromagnetische Kalorimeter abgedeckt wird, beträgt nicht mehr 97.8% von 4π , sondern mit wachsendem \bar{p} -Strahlimpuls kleiner. Bei maximalem Strahlimpuls von 1.94 GeV/c werden noch 95.1% von 4π für Photonen erfaßt, und die Kristallringe überdecken nicht mehr gleich große Bereiche im Polarwinkel ϑ (s. Abbildung 2.6 u. 2.7).

2.3.5. Trigger

Das Crystal Barrel Experiment verfügt über ein hierarchisches Triggersystem[40], mit dem es möglich ist, seltene Endzustände selektiv anzureichern und so durch hohe Statistik einer auswertbaren Messung zugänglich zu machen. Das Triggerkonzept minimiert die Totzeit, indem komplexe zeitaufwendige Entscheidungen erst auf hoher Hierarchieebene getroffen werden. Die Triggerstufen sind im einzelnen, nach wachsender Komplexität geordnet:

1. **Antiproton-Reaktion.** Der Eintrittszähler vor der Probe liefert ein Signal, der Veto-Zähler hinter der Probe nicht. Die Entscheidungszeit hierfür liegt bei 0.1 μ s.
2. **Multiplizität geladener Teilchen.** Mit Hilfe der Signale aus den Vieldrahtproportionalkammern sowie aus den Drahtlagen 2 bis 5, 21 und 22 der Jet-Driftkammer, ist es möglich auf die Anzahl langer Spuren mit guter Impulsauflösung in einem Ereignis zu triggern. Mittels eines speziellen Triggers auf unterschiedliche Signalmultiplizitäten in beiden Vieldrahtproportionalkammern, können Ereignisse mit K_S -angereichert werden.
3. **Multiplizität im elektromagnetischen Kalorimeter.** Ein schneller Algorithmus ermittelt in ca. 25 μ s die Anzahl der Cluster im Kristallfaß (FACE = Fast Cluster Encoder[41]). Wegen überlappender Schauer ist dies nicht gleich der Anzahl der

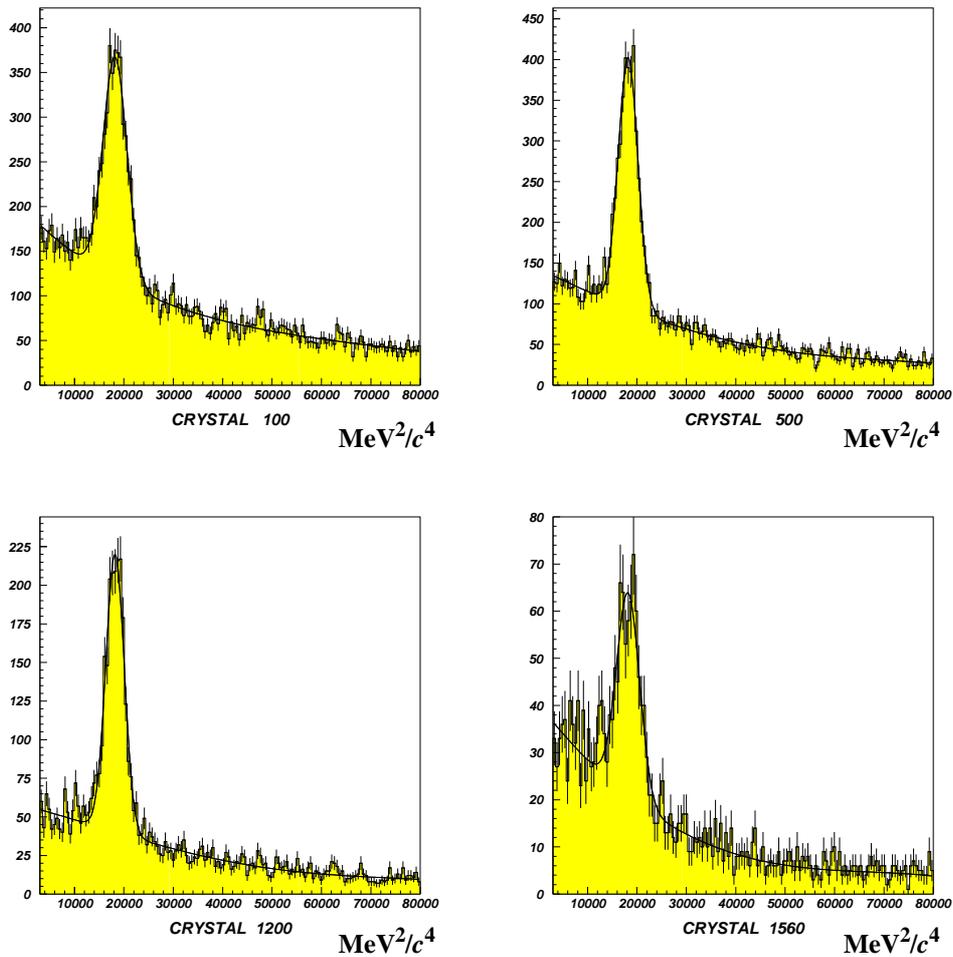


Abbildung 2.5: PED-PED-Massenspektren, wie es bei der Kalibration für jeden Kristall angelegt wird. Die hier ausgewählten Kristalle sind aus unterschiedlichen Bereichen des Kalorimeters. Aufgrund der Lorentz-Transformation sind die Spektren für Messungen im Fluge unterschiedlich. Die Kalibration wird beendet, wenn sich die Position des π^0 -Signals in allen Spektren von einer Iteration zur nächsten nicht mehr merklich verändert.

Teilchen im Ereignis. Dieser Trigger wird oft dazu verwendet, um zu gewährleisten, daß überhaupt Energie im Kalorimeter nachgewiesen wurde.

4. **Energiesumme des Ereignisses.** Insbesondere für Messungen im Fluge ist ein Trigger auf die Gesamtenergie des Ereignisses, die Energiesumme aller Einträge im Kalorimeter von großer Bedeutung, da ungefähr 50% aller Reaktionen elastische Proton-Antiproton-Stöße sind. Diese Ereignisse werden durch eine untere Energieschwelle herausgefiltert.
5. **Neutrale Mesonen.** Ein Softwaretrigger, der mit schnellen Methoden die invarianten Massen aller möglichen Photon-Photon-Paare berechnet und über Massenfenster so die Anzahl von π^0 , η und η' -Mesonen bestimmt. Diese Entscheidung benötigt einige 100 μ s. Dieser komplexe Trigger wurde u.a. dazu benutzt, die Reaktionen $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\eta\eta'$ und $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\eta\eta$ in Ruhe zu vermessen.

Die Entscheidung auf eine Antiproton-Reaktion stellt die unterste Triggerstufe dar, die Stufe 0. Die Multiplizitätstrigger bilden die Stufe 1, die programmierbaren Trigger auf Energiesumme und invariante Massen die Stufe 2.

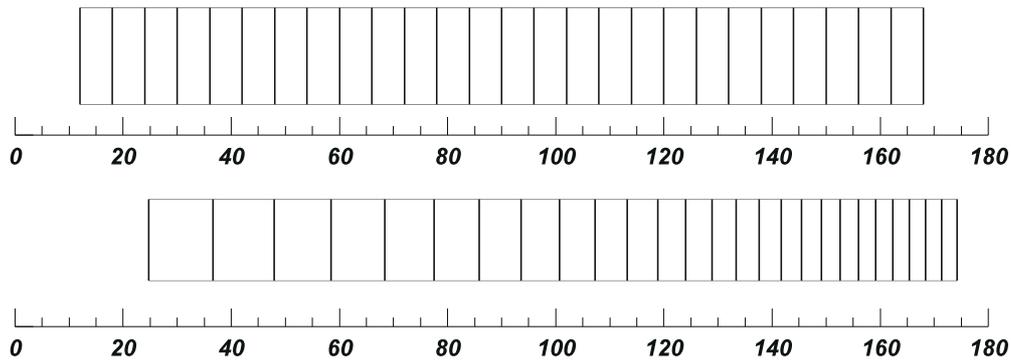


Abbildung 2.6: Überdeckung des Polarwinkels im Schwerpunktsystem der Reaktion. Das obere Diagramm zeigt die gleichmäßige Überdeckung in ϑ durch die Kristallringe. Im Fluge (unteren im Bild) erscheint dieses Diagramm durch die Lorentz-Transformation stark verzerrt.

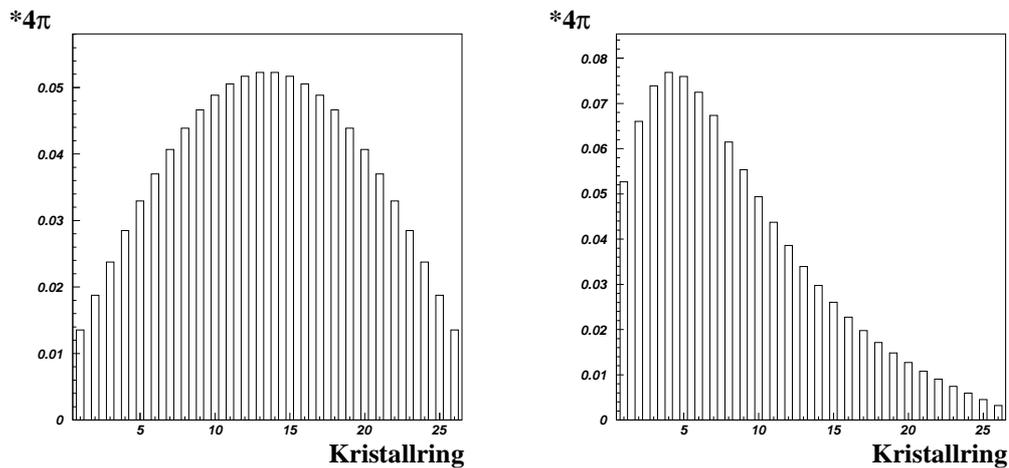


Abbildung 2.7: Raumwinkelabdeckung im Schwerpunktsystem der Reaktion. Der äußerste Ring in Strahlrichtung (Ring 1, Kristalltyp 13) deckt in Ruhe (links) weniger als 1.4% von 4π ab, bei 1.94 GeV/c Strahlimpuls (rechts) sind es mehr als 5.2%.

2.3.6. Datenerfassung

Das Datenerfassungssystem des Crystal Barrel Experiments ist modular und hierarchisch aufgebaut[40]. Auf unterster Stufe wird die Information aller Subdetektoren in ungefähr 4000 Kanälen digitalisiert. Parallel arbeitende Ereignisprozessoren fassen die Information der Detektorkomponenten zusammen und speichern sie. Alle diese Prozessoren werden von einem globalen Ereignisprozessor (*event builder*) synchronisiert, der alle Information sammelt und zusammenfügt. Dabei werden die rund 500 kByte umfassenden Daten eines Ereignisses auf ca. 12 kByte reduziert und im systemunabhängigen ZEBRA-Datenbankformat[42] auf Magnetbänder geschrieben. Es können bis zu 100 Ereignisse pro Sekunde aufgezeichnet werden. Zusätzlich zu den Ereignisdaten werden die aktuellen technischen Daten der einzelnen Detektorkomponenten (Temperatur, Druck, Spannung,...) auf den Magnetbändern gespeichert.

3. Präparation der Endzustände

Dieses Kapitel beschreibt die Methoden der Datenrekonstruktion. Die verwendeten Daten wurden bei einem Strahlimpuls von 1940 MeV/c im Juli 1992 und im August 1994 aufgenommen und im April 1993 bei einem Strahlimpuls von 600 MeV/c. Um die Datensätze mit rein neutralen Ereignissen anzureichern, wurden nur Ereignisse ohne Spuren in den Kammern aufgezeichnet. Dieser Trigger verlangte ein in der Probe reagierendes Antiproton, aber keine Signale aus den Vieldrahtproportionalkammern oder den drei inneren Drahtlagen der Jet-Driftkammer. Zusätzlich wurde eine deponierte Mindestenergie im Kalorimeter verlangt. Für die Reaktionen $\bar{p}\bar{p}\rightarrow\pi^0\pi^0\pi^0$, $\bar{p}\bar{p}\rightarrow\pi^0\pi^0\eta$, $\bar{p}\bar{p}\rightarrow\pi^0\eta\eta$ und $\bar{p}\bar{p}\rightarrow\eta\eta\eta$ wurden die Pi- und Eta-Mesonen nur aus ihrem Zerfall in zwei Photonen rekonstruiert; es interessieren hier nur Ereignisse mit sechs nachgewiesenen Photonen im elektromagnetischen Kalorimeter.

Die Rekonstruktion der vollständigen Kinematik der Ereignisse aus den während der Messung aufgezeichneten Daten erfolgte mit Hilfe der Experiment-spezifischen FORTRAN-Bibliotheken CBOFF 1.27/05[43], LOCATER 1.97/04[44], BCTRAK 2.03/00[45] und GTRACK 1.34/01[46]. Die Steuerung der Unterprogrammaufrufe und die Einstellung der Selektionskriterien wurde in der Programmiersprache C++[47] umgesetzt. Als Schnittstelle zwischen den Sprachen FORTRAN und C++[48] wurde CBoOff++[49] verwendet. Alle Histogramme wurden mit HBOOK[50] erstellt und mit PAW[51] ausgewertet und dokumentiert.

3.1. Rekonstruktion der Photonen

Der elektromagnetische Schauer, den ein Photon im Kalorimeter verursacht, erstreckt sich im allgemeinen über mehrere benachbarte Kristalle. Nachdem Kristalle mit Energieeinträgen unter 1 MeV zur Rauschunterdrückung von der weiteren Rekonstruktion ausgeschlossen wurden, werden aneinandergrenzende Kristalle mit deponierter Energie in Gruppen zu sogenannten *Clustern* zusammengefaßt. Um die Fehlerkennung statistischer Schauerfluktuationen als Photonen zu unterdrücken, werden Cluster mit Gesamtenergien von weniger als 20 MeV verworfen. Ist in einem Cluster ein Kristall, dessen Energieeintrag größer ist als der seiner Nachbarkristalle, wird der Cluster als PED (*particle energy deposit*) markiert. Ein PED ist ein Kandidat für ein Photon. Ist nur ein PED im Cluster vorhanden, ist die Energie des PEDs die Energiesumme aller Kristalle im Cluster, der Ort des Teilcheneintritts das mit den Energien gewichtete Mittel der beitragenden Kristallpositionen. Ein PED kann entweder von einem Photon stammen oder das Signal eines geladenen Teilchens im Kalorimeter sein. Wird eine geladene Spur gefunden, die in der unmittelbaren Nähe des PEDs in den äußeren Kammerlagen endet, wird das PED der Spur zugeordnet. Ansonsten wird es als Photon betrachtet.

Für den Fall, daß die Schauer zweier Photonen direkt aneinandergrenzen oder sich sogar überlappen, müssen Cluster mit mehr als einem lokalen Energiemaximum gesondert behandelt werden. Dabei wird die Energie des Clusters auf die einzelnen PEDs im Cluster aufgeteilt:

$$E_{\text{PED}} = \frac{E_9}{\sum_{i=1}^n E_{9i}} E_{\text{Cluster}} \quad (3.1)$$

wobei E_9 die Energiesumme des Zentralkristalls des PEDs und seiner acht Nachbarn ist, und die Summation über alle PEDs im Cluster läuft. Die Position der PEDs ist dann gegeben durch die Posi-

tion des Zentralkristalls. Dadurch ist die Ortsauflösung für Photonen mit überlappenden Schauern reduziert.

Aufgrund unterschiedlicher lateraler Ausdehnung und Eindringtiefen kommt es zu Leckverlusten in Abhängigkeit von der PED-Energie. Außerdem entstehen durch die ungleiche Form der Kristalltypen im Kalorimeter positionsabhängige Nichtlinearitäten. Aus Monte-Carlo-Studien wurde zu diesem Zweck eine Korrekturfunktion ermittelt, mit der die PED-Energien skaliert werden, um die zugehörige Photonenergien zu erhalten[52]. Die Funktion wurde nachträglich für Reaktionen im Fluge für Photonenergien bis 2 GeV ergänzt[53]. Um eine verbesserte Ortsrekonstruktion zu erhalten, werden die Energieeinträge der Kristalle mit Werten gewichtet, die sowohl energie- und ortsabhängig sind, als auch die Position des Kristalls im Cluster berücksichtigen[55]. Dadurch wird sogar für PEDs, die in einem gemeinsamen Cluster liegen, die Ortsauflösung deutlich besser, als es die Granularität des Kalorimeters vorgibt.

Für alle Monte-Carlo-Simulationsstudien wurde als Simulationsprogramm CBGEANT 4.06/07[54] benutzt. Es basiert auf dem CERN-Programm GEANT 3.15/90[56]. Unter Berücksichtigung der Eigenschaften der im Detektor verwendeten Materialien, ihrer Geometrie und Wirkungsquerschnitte, werden Ereignisse simuliert und die entstehenden Produkte von ihrer Entstehung bis zum Zerfall durch den Detektor verfolgt. Hadronische Wechselwirkungen werden durch den FLUKA-Code nachempfunden, zur Beschreibung elektromagnetischer Prozesse finden Algorithmen des EGS-Programms[57] Verwendung. Hierdurch werden systematische Studien von Detektorakzeptanz und Effizienz möglich. Die in dieser Analyse verwendeten Selektionskriterien wurden mit Hilfe von CBGEANT-Simulationen erarbeitet.

3.2. Vorselektion der Daten

In der Vorselektion wurde versucht, möglichst wenige, aber dafür effiziente und nachvollziehbare Schnitte durchzuführen. Diese dienen zum einen zur Selektion der interessierenden Daten mit hoher Effizienz, zum anderen aber auch schon zur Diskriminierung gegen falsch rekonstruierte Ereignisse, in denen z.B. Schauerfluktuationen im Kalorimeter als Photon identifiziert worden sind (*split-offs*).

Aus den Messungen mit 1940 MeV/c Antiproton-Strahlimpuls stehen ein Datensatz vom Juli 1992 und ein Satz vom August 1994 jeweils mit rein neutralen Ereignissen sowie ein Satz vom August 1994 mit Ereignissen, in denen keine oder zwei geladene Spuren gemessen wurden, zur Verfügung. Die Vorselektion der Daten bei 600 MeV/c Strahlimpuls aus einem rein neutralen Ereignissatz verläuft entsprechend. Um mögliche Veränderungen in den Meßbedingungen zu erkennen, ist die Wirkung der angewandten Schnitte auf die Daten für die drei Datensätze getrennt in Tabellen aufgeführt. Die Selektionskriterien sind:

1. **keine geladene Spur** aus der Spurrekonstruktion
2. **genau sechs PEDs im Kalorimeter.** Nur PEDs mit Energien größer als 20 MeV werden gezählt und als rekonstruierte Photonen betrachtet.

Das linke Spektrum in Abbildung 3.1 zeigt die Verteilung der Multiplizität geladener Spuren in den als rein neutrale Ereignisse aufgezeichneten Daten. Die Verteilung der Multiplizität der Photonen in rein neutralen Ereignissen zeigt die rechte Abbildung. Am häufigsten sind Ereignisse mit sechs und acht Photonen.

Eine Vorselektion auf Gesamtenergie und Gesamtimpuls der Ereignisse wurde nicht durchgeführt. Vollständige Ereignisse werden effektiver durch eine Anpassung der kinematischen Größen an Randbedingungen erkannt und ausgewählt. Abbildung 3.2 zeigt die Gesamtenergie rein neutraler Ereignisse aufgetragen gegen den Betrag des Gesamtimpulses. Bedingt durch die Hermitizität des Detektors und die zusätzliche Forderung nach einer deponierten Mindestenergie in den Kristallen erfüllen die meisten Ereignisse innerhalb der erwarteten Fehler Energie- und Impulserhaltung.

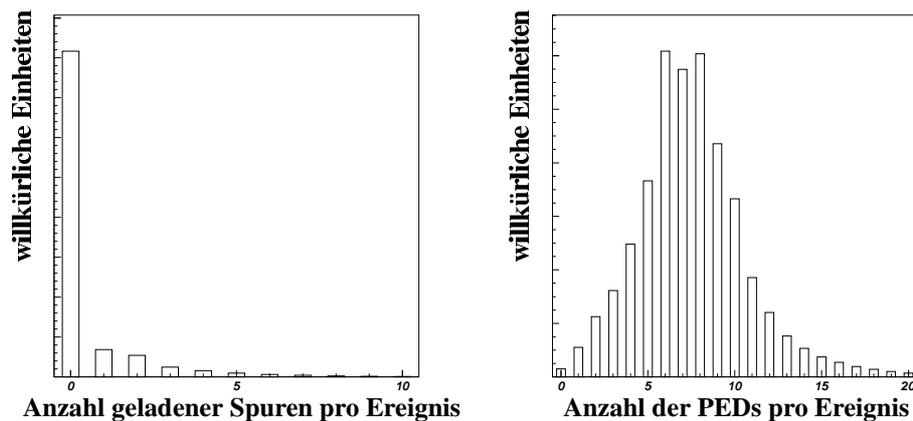


Abbildung 3.1: Multiplizitäten vor der Vorselektion. Das linke Spektrum zeigt die Multiplizitätsverteilung für geladene Spuren, die während der Rekonstruktion gefunden werden. Das rechte Spektrum zeigt die Häufigkeitsverteilung von PEDs für Ereignisse ohne geladene Spuren.

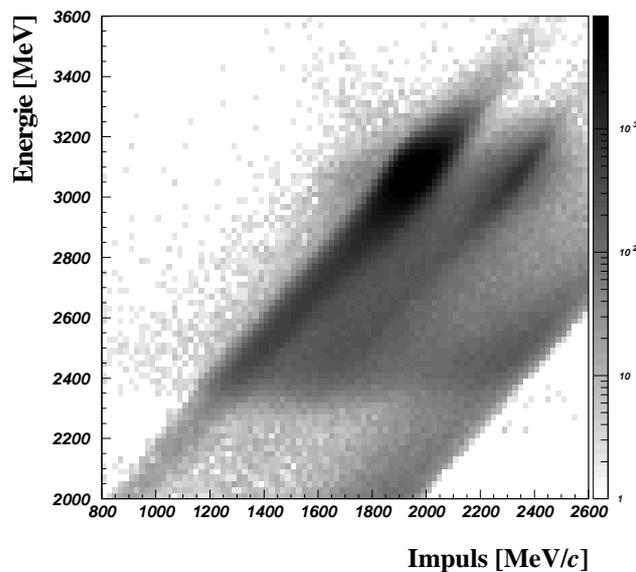


Abbildung 3.2: Energie-Impuls-Verteilung. Aufgetragen ist die gesamte Energie von Ereignissen gegen den Impulsbetrag. Die Darstellung ist logarithmisch in der Anzahl der Einträge zur Hervorhebung schwacher Strukturen. Neben der starken Anhäufung von vollständig rekonstruierten Ereignissen (Impuls = 1940 MeV/c, Energie = 3093 MeV) erkennt man auch solche, bei denen ein Photon nicht rekonstruiert werden konnte. Diese sind als diagonal verlaufende Verschmierung ausgehend vom Sollwert erkennbar. Die sehr ähnliche Struktur bei höheren Impulsen entsteht durch Reaktionen im Vetozyhler. Da dieser teilweise nicht effizient gearbeitet hat, wurden solche Ereignisse auch aufgezeichnet, der Photonenimpuls aber entsprechend falsch berechnet. Die horizontal verlaufenden Strukturen rühren von der Ausdehnung des Targets her.

Typische Schnitte anderer Analysen von Crystal-Barrel-Daten, wie das Verwerfen von Ereignissen mit PEDs in den äußersten Kristallringen, wurden sorgfältig geprüft. Wegen der zu erwartenden Leckverluste in den Randbereichen des Kalorimeters erscheint ein solcher Schnitt sinnvoll, reduziert jedoch bei der Messung im Fluge den abgedeckten Raumwinkelbereich erheblich (s.Kap.2.3.4.2). Es zeigt sich, daß ein großer Teil der betroffenen Ereignisse von hoher Qualität ist, und schlecht gemessene Ereignisse aufgrund von Leckverlusten in der deponierten Photonenergie ohnehin später durch die kinematische Anpassung verworfen werden. Auch der gebräuchliche Schnitt gegen Ereignisse, die während der Datennahme als *pile-up event* markiert worden sind, erweist sich als nicht notwendig. Echte *pile-ups* werden auch durch die weitere Selektion verworfen, und es stellte sich heraus, daß in einigen Strahlzeiten viele Ereignisse zu unrecht markiert worden sind. Auch wird in vielen Analysen von Verfahren Gebrauch gemacht, die elektromagnetische Schauerfluktuationen erkennen helfen. Da in dieser Analyse aber die Untergründe, die mit ihren möglichen als Photon falsch erkannten Fluktuationen als sechs-Photon-Ereignisse selektiert werden, gut abgeschätzt werden können, findet keines dieser Verfahren hier Anwendung.

3.3. Kinematische Anpassung

Die gleichzeitige Erfassung aller Reaktionsprodukte sowie die vollständige Vermessung deren Kinematik erlaubt Anpassungen der Daten an Randbedingungen, da die Messung überbestimmt ist. Eine kinematische Anpassung wird aus mehreren Gründen durchgeführt. Zum einen läßt sich dadurch das Auflösungsvermögen des Detektors verbessern und damit die Datenqualität erhöhen. Zum anderen erfüllen die dadurch gewonnenen Daten physikalische Zwangsbedingungen, die für eine weitere Analyse wichtig sind. Darüberhinaus eignet sich die Güte der kinematischen Anpassung zum Testen von Endzustandshypothesen. Das Verfahren[58] soll an dieser Stelle beschrieben werden, da es bei der Rekonstruktion der Endzustände eine wesentliche Rolle spielt.

3.3.1. Bedingte Messung

Seien im Experiment die n gemessenen Größen x_i ($i=1,\dots,n$) eines Ereignisses und \mathbf{V} die dazugehörige Kovarianz-Matrix. Ferner seien die m Nebenbedingungen (engl. *constraints*) an die Meßgrößen gegeben:

$$f_k(\mathbf{x} + \mathbf{c}) = 0, k=1,\dots,m \quad (3.2)$$

wobei die gesuchten Größen die Korrekturen \mathbf{c} sind. Die Lösung, die unter Berücksichtigung der Meßfehler und ihrer Korrelationen, am nächsten bei den gemessenen Werten liegt, wird durch die Methode der kleinsten Quadrate gewonnen:

$$\mathbf{M} = \mathbf{c}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{c} \quad (3.3)$$

Um diese Abweichungen zu minimieren, bedient man sich der Methode der Lagrangeschen Multiplikatoren α_k ($k=1,\dots,m$) und schreibt:

$$\mathbf{M} = \mathbf{c}^T \mathbf{V}^{-1} \mathbf{c} + 2\alpha^T \mathbf{f}(\mathbf{x} + \mathbf{c}) \quad (3.4)$$

Das Minimum von \mathbf{M} bezüglich \mathbf{c} findet man durch Gleichsetzen der Ableitung mit Null:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \mathbf{c}} \right)^T = 2\mathbf{V}^{-1} \mathbf{c} + 2\mathbf{B}^T \alpha = 0, \quad (3.5)$$

mit $\mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}$. Mit der Näherung, daß die Nebenbedingungen linear in den Meßgrößen sind, also

$\mathbf{f}(\mathbf{x} + \mathbf{c}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}\mathbf{c}$, ergibt sich ein Gleichungssystem für die Korrekturen und die Lagrangeschen Multiplikatoren der Gestalt:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}^{-1} & \mathbf{B}^T \\ \mathbf{B} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\mathbf{f}(\mathbf{x}) \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Da die vereinfachte Annahme der Linearität im allgemeinen nicht zutrifft, muß das Gleichungssystem iterativ gelöst werden. Die neue Kovarianzmatrix ergibt sich aus der Fehlerfortpflanzung zu

$$\mathbf{V}_{\mathbf{x} + \mathbf{c}} = \mathbf{V} - (\mathbf{V}\mathbf{B}^T) (\mathbf{B}\mathbf{V}\mathbf{B}^T)^{-1} (\mathbf{B}\mathbf{V}) \equiv \mathbf{V} + \mathbf{V}_c, \quad (3.7)$$

wobei \mathbf{B} den Wert aus der letzten Iteration annimmt. In diesem Zusammenhang werden auch die Verschiebungen \mathbf{p} (*pulls*) definiert:

$$p_i = \frac{c_i}{\sqrt{(\mathbf{V}_c)_{ii}}}. \quad (3.8)$$

Sind die Meßgrößen gaußverteilt und ihre Fehler richtig bestimmt worden, so sind die *pulls* normalverteilt, und die minimierte Größe M unterliegt einer χ^2 -Verteilung zu m Freiheitsgraden. Damit läßt sich die Wahrscheinlichkeit W angeben, mit der die Hypothese zutrifft[24]:

$$W(M) = \int_M^{\infty} f_m(\chi^2) d\chi^2, \quad (3.9)$$

mit f_m als der χ^2 -Verteilungsfunktion zu m Freiheitsgraden. Diese Wahrscheinlichkeit wird auch oft als Konfidenzniveau bezeichnet. Sie ist flach verteilt für Ereignisse, die der Hypothese entsprechen. Für Ereignisse, welche die Hypothese nicht erfüllen, ergeben sich große Werte von M und somit kleine Konfidenzniveaus.

3.3.2. Anwendung auf neutrale Endzustände im Fluge

Die eingehenden Meßgrößen sind die sphärischen Winkel ϑ und φ des Auftreffortes eines jeden der sechs Photonen in das elektromagnetische Kalorimeter sowie die Quadratwurzeln der Photonenenergien \sqrt{E} . Diese Größen weisen die geringsten Korrelationen untereinander bei annähernd normalverteilten Fehlern auf. Die dazugehörige 18x18 Fehler-Matrix wird auf der Diagonalen mit den geschätzten Fehlern besetzt, die Nichtdiagonalelemente werden als identisch null angenommen. Bei der $\bar{p}p$ -Annihilation im Fluge muß die kinematische Anpassung berücksichtigen, daß die Reaktion überall im Volumen des Targets stattfinden kann. Werden nun die drei räumlichen Koordinaten des Reaktionsvertex als frei zu bestimmende Größen behandelt, entspricht das einem Verlust von drei Nebenbedingungen. Mit weniger Nebenbedingungen ist die Anpassung schlechter definiert und ihre Anwendung ist im Falle der Forderung nach Energie-Impuls-Erhaltung (4 - 3 = 1 Nebenbedingungen) nicht mehr sinnvoll. Aus diesem Grunde geht nur die z-Komponente des Vertex, z-Achse in Strahlrichtung, als freier Parameter ein, x- und y-Koordinate werden zu 0 cm fixiert. Diese Wahl ist naheliegend bei Betrachtung der geometrischen Abmessungen der Wasserstoffprobe. Die Einschränkung des Annihilationsortes auf einen Punkt auf der Strahlachse erweist sich als unwesentlich.

Zu den Nebenbedingungen, die sich aus der Forderung nach Energie- und Impulserhaltung des Ereignisses ergeben, lassen sich noch weitere Nebenbedingungen an die invarianten Massen von Photonpaaren aus Mesonzerfällen formulieren. Eine kinematische Anpassung wurde bezüglich sieben Hypothesen vorgenommen.

1. $\bar{p}p \rightarrow 6\gamma$, 3 Nebenbedingungen
2. $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma\gamma$, 5 Nebenbedingungen
3. $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\eta\gamma\gamma$, 5 Nebenbedingungen
4. $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$, 6 Nebenbedingungen
5. $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$, 6 Nebenbedingungen
6. $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\eta\eta$, 6 Nebenbedingungen
7. $\bar{p}p \rightarrow \eta\eta\eta$, 6 Nebenbedingungen

Dabei werden pro Ereignis zu den Hypothesen 2, 5 und 6 je 45 Permutationen der Reihenfolge der Photonen ausprobiert, zur dritten Hypothese 90 Permutationen und zu den Hypothesen 4 und 7 jeweils 15 Permutationen. Um den Rechenaufwand gering zu halten, werden die interessantesten Permutationen über Fenster in den invarianten Massen ausgewählt. Diese sind groß genug gesetzt worden, um keine Ereignisse zu verlieren, 70-200 MeV/c² für Pionen und 450-650 MeV/c² für Eta-Mesonen.

3.4. Bestimmung der Meßfehler

Die Voraussetzung für die Anwendung einer kinematischen Anpassung ist die Kenntnis der Meßfehler. Der Fehler in \sqrt{E} wird zu

$$\sigma(\sqrt{E})/E = 2.8\% / \sqrt{E}, E \text{ in GeV} \quad (3.10)$$

abgeschätzt. Allerdings erscheint eine untere Grenze $\sigma(\sqrt{E}) > 0.35 \text{ MeV}^{1/2}$ vernünftig. Die Fehler in φ und ϑ wurden in [55] für Energien bis 1 GeV für die Kristalltypen 1 bis 12 bestimmt und es wurde versucht, sie durch eine Parametrisierung der Form

$$p_1 + p_2 \sqrt{E} + p_3 \ln(E), E \text{ in MeV} \quad (3.11)$$

zu beschreiben. Die Parameter p_1 , p_2 und p_3 sind dabei getrennt für die Fälle von einem oder mehreren PEDs im Cluster, sowie für Rand- und Zentralkristalltypen bestimmt worden. Durch Betrachtung der Rekonstruktionsfehler von Monte-Carlo simulierten Ereignissen zeigt sich, daß diese Parametrisierung ungeeignet ist, insbesondere ihre Extrapolation zu Energien über 1 GeV hinaus, wie sie häufig bei Reaktionen im Fluge auftreten. Aus diesem Grunde wurden die im Standardrekonstruktionsprogramm BCTRAK errechneten Meßfehler nicht benutzt. Im Rahmen einer Fehlerstudie wurden Monte-Carlo-Simulationen rein neutraler Endzustände aus der Annihilation im Fluge bei 1940 MeV/c rekonstruiert und die Differenzen zwischen den erzeugten und rekonstruierten Meßgrößen ϑ und φ untersucht (s.Tab. 3.1). Die daraus gewonnen Fehlerabschätz-

	PED/ Cluster	Typ	σ in mrad (E in GeV)	F	E_0 in GeV	
φ	1	1-10	$27.26 - 35.68 E + 30.38 E^2 - 9.28 E^3$		1.4	
		11-13	$53.89 - 65.15 E + 48.15 E^2 - 12.8 E^3$	1.3	1.6	
	2	1-10	hi	$24.36 - 23.92 E + 17.79 E^2 - 4.99 E^3$		1.5
			lo	$= \text{hi} / 0.93$		
		11-13	hi	$47.98 - 48.3 E + 35.85 E^2 - 9.76 E^3$	1.25	1.8
			lo	$= \text{hi} / 0.88$		
ϑ	1	1-10	$27.3 - 49.69 E + 67.16 E^2 - 43 E^3 + 10 E^4$		1.5	
		11	$10 + 7(1 - E/1.5)$	1.25	1.5	
		12	$10 + 13(1 - E/1.5)$			
		13	$9 + 6(1 - E/1.5)$			
	2	1-10	hi	$25 - 39.67 E + 58.28 E^2 - 41.18 E^3 + 10.32 E^4$		1.5
			lo	$= \text{hi} / 0.91$		
		11-13	$23 - 32.26 E + 23.16 E^2 - 30.16 E^3 - 11.32 E^4$	1.3	1.4	

Tabelle 3.1: Abschätzungen der Fehler für φ und ϑ . Der verwendete Ausdruck zur Bestimmung der Fehler hängt von der Anzahl der PEDs in einem Cluster (2.Spalte) und dem Typ des Zentralkristalls des PEDs (3.Spalte) ab. Bei zwei (oder mehr) PEDs pro Cluster wird in manchen Fällen noch unterschieden, ob es sich um das höchstenergetische (hi) oder nicht (lo) handelt. Die letzte Spalte zeigt die Photonenergie E_0 , bis zu welcher der Fehler ausreichend gut parametrisiert werden konnte. Für höhere Energien wird der Fehler bei $E = E_0$ verwendet. Mit dem Faktor F (vorletzte Spalte) wird der Fehler skaliert. Die rekonstruierten Werte ϑ werden für PEDs mit Zentralkristall in den äußeren Typen 11-13 um ca. 10 mrad korrigiert.

zungen mußten für die kinematische Anpassung mit Skalierungsfaktoren versehen werden (s.Tab. 3.2), um systematische Schwierigkeiten, wie z.B. die, daß die Verteilung der Energiefehler nicht einer Gauß-Funktion folgt, auszugleichen. Diese Skalierungsfaktoren wurden für gemessene Daten und Monte-Carlo-Ereignisse getrennt über die Breite der Verteilungen der Pulls aus der kine-

matischen Anpassung bestimmt. Eine gute Abschätzung der Meßfehler zeigt sich in einer flachen Verteilung des Vertrauensniveaus (s.Abb.3.3).

	σ_ϕ^2	σ_θ^2	$\sigma_{\sqrt{E}}^2$
Monte-Carlo	1.57	1.20	1.02
Juli '92	1.18	1.00	0.97
August '94	1.40	1.10	1.00

Tabelle 3.2: Skalierungsfaktoren der Meßfehler. Diese Faktoren skalieren das Quadrat der Fehler, um Unterschiede in den Meßperioden und Unzulänglichkeiten der Monte-Carlo-Simulation auszugleichen.

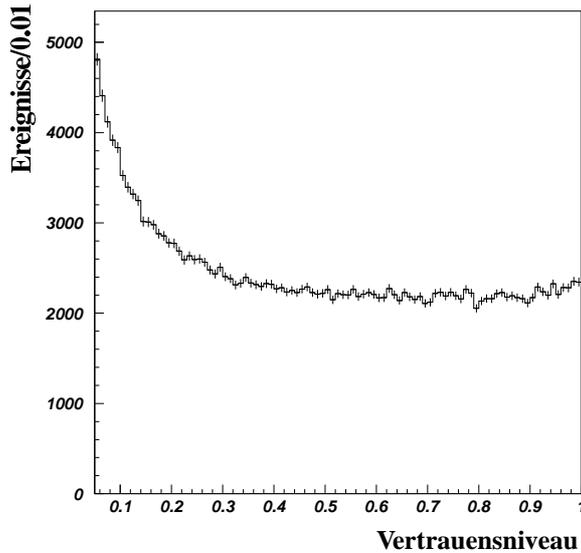


Abbildung 3.3: Das Vertrauensniveau für die Hypothese $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ bei 1940 MeV/c. Die Verteilung soll flach sein für Ereignisse, für welche diese Hypothese zutrifft. Der Anstieg zu kleinen Werten hin resultiert von Ereignissen anderer Reaktionstypen, die daher nur mit schlechtem Vertrauensniveau die Hypothese erfüllen.

3.5. Selektion der Endzustände aus der kinematischen Anpassung

Nach der kinematischen Anpassung mit freien z-Vertex wurden Ereignisse verworfen, für die keine der vollen Endzustandshypothesen ($3\pi^0$, $2\pi^0\eta$, $\pi^0\eta\eta$, 3η) mit wenigstens 10% Wahrscheinlichkeit zutrifft oder die angepaßte z-Koordinate des Reaktionsortes außerhalb des Volumens der Probe ($-5 \text{ cm} < z < 5 \text{ cm}$) lag. Das Ereignis wurde dem Endzustand mit dem höchsten Vertrauensniveau aus der Anpassung zugeordnet. Abschließend ist noch eine Unterdrückung von Fehlzuordnungen nötig. Die Kriterien sind in Tabelle 3.3 dargestellt.

		Vertrauensniveau der Hypothese			
		$3\pi^0$	$2\pi^0\eta$	$\pi^0\eta\eta$	3η
zugeordnet	$3\pi^0$	>10%	<10 ⁻³	-	-
	$2\pi^0\eta$	<10 ⁻⁵	>10%	-	-
	$\pi^0\eta\eta$	<10 ⁻⁵	<10 ⁻⁵	>10%	<10%
	3η	<10 ⁻⁵	<10 ⁻⁵	<10 ⁻⁵	>10%

Tabelle 3.3: Trennung und Zuordnung der Endzustände. Die Tabelle zeigt die oberen und unteren Schwellenwerte für das Vertrauensniveau der getesteten Hypothesen. Grau hinterlegt ist ein strenger Selektionsschnitt für den Endzustand $3\pi^0$ gegen Ereignisse des Typs $2\pi^0\eta$, der zur einer sichtbaren Struktur in der Akzeptanz in der Auftragung im Dalitz-Plot (s.Abb.3.4) führt.

Mit Hilfe von Monte-Carlo-Ereignissen, welche die gleiche Rekonstruktion und Selektion durchlaufen, können Rekonstruktionseffizienzen abgeschätzt werden. Die Werte für die Rekonstruktionseffizienzen und Fehlzuordnungsraten in Tabelle 3.4 ergeben sich aus dem Verhältnis der im betreffenden Endzustand rekonstruierten Ereignisse zu der Anzahl der Monte-Carlo simulierten Ereignisse.

Neben diesen Effizienzen ist auch das Fehlzuordnungsverhalten interessant, das besonders bei statistisch schwachen Endzuständen die Reinheit beeinflusst. Tabelle 3.4 zeigt richtige und falsche

		simulierter Endzustand					
		$3\pi^0$	$2\pi^0\eta$	$\pi^0\eta\eta$	3η	$\pi^0\omega$	$\eta\omega$
zugeordnet	$3\pi^0$	26.6%	$6 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-5}$
	$2\pi^0\eta$	$6 \cdot 10^{-4}$	29.5%	$1 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$
	$\pi^0\eta\eta$	$3 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-5}$	23.5%	$1 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-4}$
	3η	0	$1 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-4}$	25.2%	0	$3 \cdot 10^{-5}$

Tabelle 3.4: Rekonstruktionseffizienzen und Fehlzuordnungsraten. Für jeden Endzustand mit drei pseudo-skalaren Mesonen wurden ungefähr 100000 Ereignisse im Detektor simuliert und rekonstruiert, für die Untergrundkanäle mit Omega-Mesonen jeweils ca. 30000.

Zuordnungen als Bruchteil der erzeugten Monte-Carlo Statistik. Die Rekonstruktionseffizienz ist vergleichbar mit der von Daten in Ruhe. Die beiden Endzustände $\pi^0\omega$ und $\eta\omega$, mit $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$, sind aus Abschätzungen anderer Analysen als dominanter potentieller Untergrund anzusehen[62]. Bei diesen Ereignissen wird eine statistische Fluktuation des elektromagnetischen Schauers eines Photons im Kalorimeter als Photon fehlinterpretiert. Eine gezielte Unterdrückung dieser Ereignisse war nicht nötig. Die Akzeptanz weist weder in der Darstellung als Dalitz-Plots noch im Spektrum der Produktionswinkelverteilung Strukturen auf (s.Abb.3.4). Sie ist im wesentlichen flach, weist jedoch bei Produktionswinkeln $|\cos\Theta| = 1$ deutliche Einbrüche auf. Im Endzustand $\pi^0\pi^0\pi^0$ bei $\pi^0\pi^0$ -Massen nahe der $\pi^0\eta$ -Schwelle, $m^2 \sim 0.47 \text{ GeV}^2/c^4$, ist eine weitere Akzeptanzeinbuße im Dalitz-Plot erkennbar. Diese entsteht durch den strengen Selektionsschnitt gegen den Reaktionstyp $p\bar{p} \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$ (s.Tab. 3.3), durch den auch Ereignisse vom Typ $p\bar{p} \rightarrow 3\pi^0$ verworfen werden können.

Die Abhängigkeit der Akzeptanz vom Produktionswinkel kann durch den Aufbau des Kalorimeters erklärt werden. In Strahlrichtung wird die Akzeptanz durch die Aussparung im Kalorimeter beschränkt, die im Fluge effektiv vergrößert erscheint (s.Kap.2.3.4.2). Im rückwärtigen Bereich entstehen Akzeptanzverluste dadurch, daß die Photonen, die in dieser Richtung entstehen, im Laborsystem im Mittel viel niederenergetischer sind. Sie werden dadurch viel schlechter oder gar nicht nachgewiesen.

3.6. Ergebnis der Selektion

Mit dieser Vorselektion und Selektion ergaben sich nach der kinematischen Anpassung aus insgesamt über 10 Millionen bei 1940 MeV/c Strahlimpuls gemessenen Ereignissen 197016 $3\pi^0$ -Ereignisse, 95285 $2\pi^0\eta$ -Ereignisse, 5830 $\pi^0\eta\eta$ -Ereignisse und 472 3η -Ereignisse (s.Tab. 3.5). Die Qualität wird zum einen durch das Spektrum (s.Abb.3.5) der zwei-Photon invarianten Masse im Bereich der Eta-Masse in gemessenen Daten veranschaulicht. Die Ereignisse erfüllen die Hypothese $2\pi^0\gamma\gamma$ mit einer Wahrscheinlichkeit größer als 10%, der Reaktionsvertex aus dieser Anpassung liegt im Bereich $-5 \text{ cm} < z < 5 \text{ cm}$, und sie erfüllen nicht die Hypothese $3\pi^0$ (Wahrscheinlichkeit $< 10^{-5}$). Die Auflösung ergibt sich aus der Breite der angepaßten Gauß-Kurve zu $14.6 \text{ MeV}/c^2$ (s.Abb.3.5). Ein anderes Maß ist der Fehler der invarianten $\pi^0\pi^0$ -Masse, wie er aus der Rekonstruktion von $3\pi^0$ Monte-Carlo-Ereignissen gewonnen werden kann. Er liegt bei $17.6 \text{ MeV}/c^2$ im Bereich $1.4 \text{ GeV}/c^2 - 1.6 \text{ GeV}/c^2$, wo er seinen größten Wert annimmt.

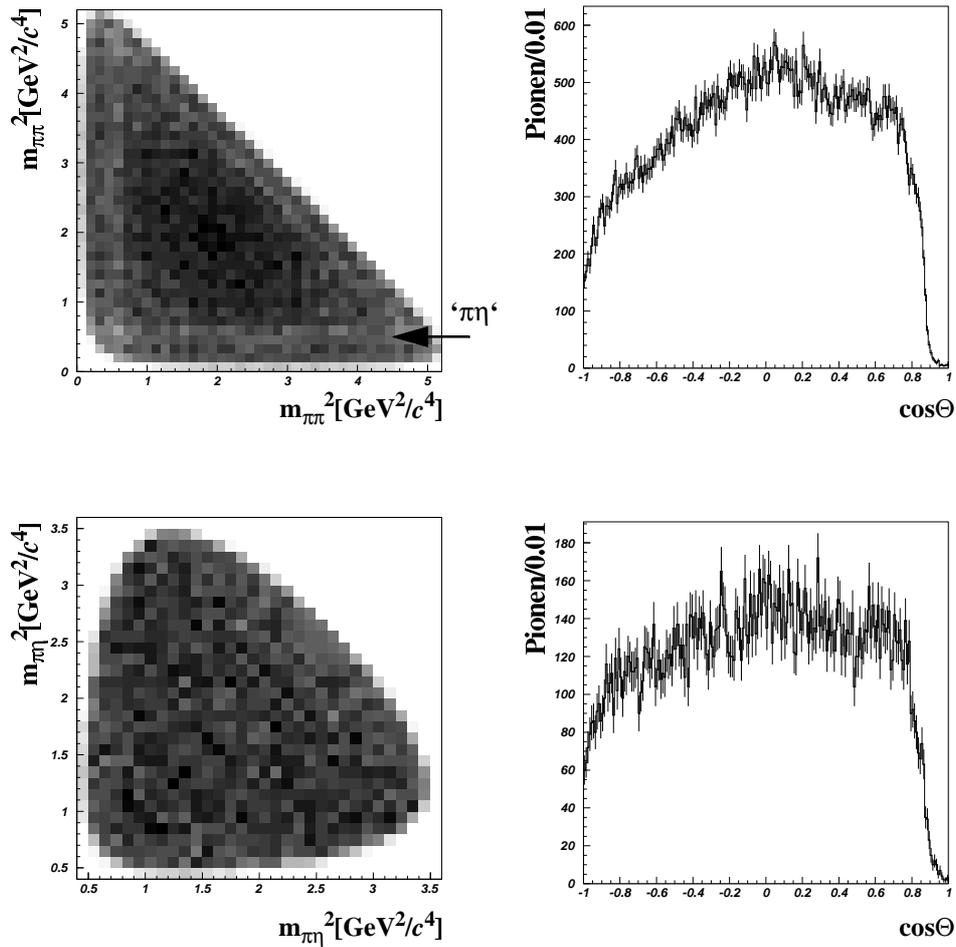


Abbildung 3.4: Darstellung der Akzeptanz für die Endzustände $3\pi^0$ und $\pi^0\eta\eta$. Abgebildet sind in den linken Bildern die Dalitz-Plots für simulierte Ereignisse mit Phasenraumgewichtung. Im Endzustand $3\pi^0$ kommt es wegen des restriktiven Gegenschnitts gegen den Endzustand $\pi^0\pi^0\eta$ zu Akzeptanzverlusten, die sich bei $\pi^0\pi^0$ -Massen nahe der $\pi^0\eta$ -Schwelle auftretten. Die Akzeptanz nimmt von der Mitte der Dalitz-Plots zu den Rändern hin ab, weist aber keine weiteren Strukturen auf. Rechts sind jeweils die Verteilungen des Kosinus des Winkels, den die Flugrichtung der Pionen im Schwerpunktsystem der Reaktion mit der Strahlachse bildet, aufgetragen.

3.7. Selektion des $3\pi^0$ Endzustandes bei $p_{\bar{p}} = 600 \text{ MeV}/c$

Die Selektionskriterien wurden direkt von der Selektion der $1.94 \text{ GeV}/c$ -Daten übernommen. Die Skalierungsfaktoren für die Meßfehler wurden gemäß Tabelle 3.6 bestimmt. Damit wurde eine Auflösung der 2 Photon invarianten Masse im Bereich der η -Masse von $13 \text{ MeV}/c^2$ erreicht. Zusätzlich wurde hier der Untergrund aus der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0\omega$ durch folgende Schnitte unterdrückt:

- 1. Niederenergetische Schauerfluktuationen.** Aus der konvergierten Anpassung zur Hypothese $p\bar{p} \rightarrow 2\pi^0 2\gamma$ werden $\pi^0\gamma$ -Paare herausgesucht, deren invariante Masse im Massenfenster des ω -Mesons ($700\text{-}820 \text{ MeV}/c^2$) liegt. Ist die Energie des Photons, das jeweils nicht zum Paar gehört, kleiner als 40 MeV , wird das Ereignis verworfen.

	Juli '92		August '94	Σ
	rein neutral	rein neutral	0 oder 2 Spuren	
Trigger				
phys. Ereignisse	6327591	3273663	440776	
keine Geladenen	5236469	2492941	436816	
6 PEDs	824013	317960	74823	
eine Hyp. > 0.1	171752	103133	25918	
$\pi^0\pi^0\pi^0$	108211	67773	17099	197016 (193083)
$\pi^0\pi^0\eta$	52174	32904	8236	95285 (93314)
$\pi^0\eta\eta$	3220	2032	467	5830 (5719)
$\eta\eta\eta$	241	171	47	472 (459)

Tabelle 3.5: Ergebnisse der Selektion bei 1940 MeV/c. Die Tabelle zeigt die Anzahl der akzeptierten Ereignisse nach jedem Selektionsschritt aufgeschlüsselt nach unterschiedlichen Meßbedingungen und -zeiten. Die Stufen der Selektion: aufgezeichnete physikalische Ereignisse, keine Spuren von geladenen Teilchen in der Jet-Driftkammer, genau sechs PEDs, eine der Endzustandshypothesen soll mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 10% konvergiert haben. Darunter folgen die selektierten Ereignisse nach Endzuständen aufgeschlüsselt. Der Datensatz „0 oder 2 Spuren“ August 1994 war bereits grob vorselektiert auf rein neutrale Ereignisse. Da aus technischen Gründen die Selektionsgeschichte für Teile der Daten vom Juli 1992 nicht verfügbar ist, ist die tatsächliche Zahl der selektierten Ereignisse größer. Die rechte Spalte zeigt die Gesamtzahl der rekonstruierten Ereignisse (in Klammern die Summe der drei linken Spalten).

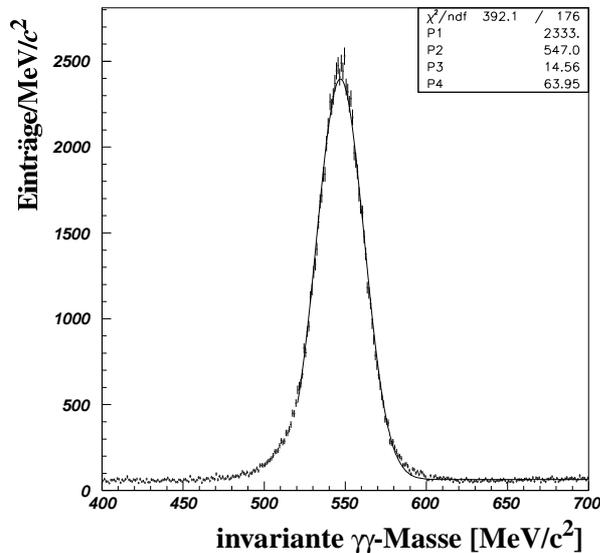


Abbildung 3.5: Auflösung der $\gamma\gamma$ -invarianten Masse bei 1940 MeV/c. Im Bereich der Eta-Masse wurde die Auflösung über die Anpassung einer Gaußkurve plus Konstanten an das Spektrum von 520 MeV/c² bis 700 MeV/c² bestimmt. Es ergibt sich $\sigma = 14.6 \text{ MeV}/c^2$.

	σ_ϕ^2	σ_δ^2	$\sigma_{\sqrt{e}}^2$
Monte-Carlo	1.40	1.05	0.80
April '93	1.00	1.00	0.80

Tabelle 3.6: Skalierungsfaktoren der Meßfehler bei 600 MeV/c. Auch diese Skalierungsfaktoren wurden über die Breite der Pull-Verteilungen der kinematischen Anpassung bestimmt.

2. Schauerfluktuationen aus Pionen. Ist die invariante Masse eines $\pi^0\gamma$ -Paares aus der konvergierten Hypothese $p\bar{p} \rightarrow 2\pi^0\gamma$ kleiner als 160 MeV/c², wird das Ereignis verworfen.

Rekonstruktionseffizienz und Untergrundunterdrückungsrate sind in Tabelle 3.7 eingetragen.

	$\pi^0\pi^0\pi^0$	$\pi^0\omega$
sel. $\pi^0\pi^0\pi^0$ vor Untergrund- unterdrückung	34.6%	$2.2 \cdot 10^{-3}$
Schnitt 1	33.1%	$1.8 \cdot 10^{-3}$
Schnitt 2	32.6%	$8.3 \cdot 10^{-4}$

Tabelle 3.7: Rekonstruktionseffizienz und Untergrundunterdrückung bei 600 MeV/c. Diese Werte beruhen auf einer Monte-Carlo Studie mit ca. 50000 $\pi^0\pi^0\pi^0$ und 60000 $\pi^0\omega$ Ereignissen. Die Tabelle macht deutlich, daß die eingeführten Schnitte zur Untergrundreduktion die Fehlzuordnungsrate für Ereignisse des Typs $p\bar{p} \rightarrow \pi^0\omega$ um einen Faktor 3 verringern, ohne die Rekonstruktionseffizienz deutlich zu beeinträchtigen.

Das Ergebnis der Selektion, die auf den im April 1993 gemessenen 2964132 Ereignissen beruht, ist in Tabelle 3.8 dargestellt.

	April '93
Trigger	rein neutral
phys. Ereignisse	2964132
keine Geladenen	2422331
6 PEDs	200334
eine Hyp. > 0.1	52103
$\pi^0\pi^0\pi^0$	39655
$\pi^0\pi^0\eta$	8637
$\pi^0\eta\eta$	903
$\eta\eta\eta$	4

Tabelle 3.8: Ergebnisse der Selektion bei 600 MeV/c. Die Untergrundunterdrückung wurde nur für den Endzustand $\pi^0\pi^0\pi^0$ durchgeführt, die anderen Endzustände wurden in dieser Arbeit nicht weiter verwendet.

4. Vorstellung der Daten

In diesem Kapitel werden die Daten vorgestellt, wie sie sich aus der in Kapitel 3 beschriebenen Selektion ergeben. In Kapitel 4.1. und Kapitel 4.2. wird die kinematische Situation von Drei-Körper-Endzuständen erklärt.

4.1. Der Dalitz-Plot

Die Kinematik eines Drei-Körper-Zustandes ist vollständig durch die Angabe zweier unabhängiger Größen bestimmt, wenn die Drehfreiheit des Ereignisses im Raum gegeben ist. In der zweidimensionalen Darstellung des Dalitz-Plots werden die Quadrate der invarianten Massen von Zwei-Teilchen-Systemen gegeneinander aufgetragen. Der Vorteil dieser Auftragung liegt darin, daß für rein Phasenraum-verteilte Ereignisse, d.h. wenn keine Wechselwirkung zwischen den Endzustandsteilchen vorliegt, der Dalitz-Plot nur Effekte der Akzeptanz der Messung zeigt, ansonsten innerhalb des kinematisch erlaubten Bereichs gleichmäßig ausgefüllt wird. Werden Strukturen im gemessenen Dalitz-Plot beobachtet, so ist das ein direkter Hinweis auf Wechselwirkungen. So können kurzlebige Zwischenzustände, Resonanzen, als Bänder parallel zu den Achsen oder senkrecht zur Hauptdiagonalen auftreten. Deren Massen und Breiten lassen sich dann oftmals bereits mit dem bloßen Auge abschätzen. Darüberhinaus ist die Ereignisdichte entlang eines solchen Bandes ein direktes Abbild der Winkelverteilung des Zerfalls der Resonanz in ihrem Ruhesystem, wodurch eine Bestimmung des Spins möglich wird. Abb. 4.1 zeigt den Dalitz-Plot schematisch. Sind identische

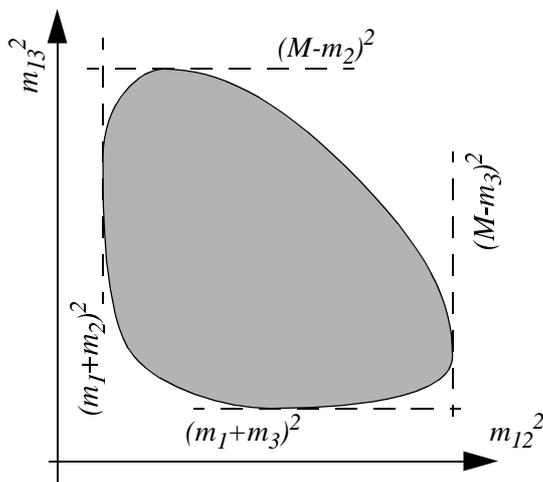


Abbildung 4.1: Dalitz-Plot Schema. Eingezeichnet sind die Grenzen des kinematisch erlaubten Bereichs ($M = \sqrt{s}$).

Teilchen im Endzustand vorhanden, erhält man wegen der Vertauschungssymmetrie mehrere Einträge pro Ereignis. Während sich die invarianten Massenquadrate zweier Mesonenpaare direkt an den Achsen ablesen lassen, muß man die des dritten Paares erst konstruieren. Folgende Beziehung gilt zwischen den invarianten Massenquadraten:

$$m_{12}^2 + m_{23}^2 + m_{13}^2 = s + m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 = C \quad , \quad (4.1)$$

wobei s das Quadrat der Gesamtenergie im Schwerpunktsystem der Reaktion ist. Um einer Struktur längs der Diagonalen eine Masse m_{23} zuzuordnen, bestimmt man den Schnittpunkt der Diagonalen mit einer der Achsen, z.B. der m_{12}^2 -Achse. Dort gilt $m_{13}^2 = 0$ und es ist

$$m_{23}^2 = C - m_{12}^2 \quad (4.2)$$

Die Zerfallswinkelverteilung im System der Teilchen i und j ist gegeben durch:

$$\cos \vartheta = \frac{2m_{ij}^2 - (m_{ij\min}^2 + m_{ij\max}^2)}{(m_{ij\min}^2 - m_{ij\max}^2)} \quad (4.3,a)$$

$$m_{ij\min}^2 = (E_i + E_j)^2 - (\sqrt{E_i^2 - m_i^2} + \sqrt{E_j^2 - m_j^2})^2 \quad (4.3,b)$$

$$m_{ij\max}^2 = (E_i + E_j)^2 - (\sqrt{E_i^2 - m_i^2} - \sqrt{E_j^2 - m_j^2})^2 \quad (4.3,c)$$

$$E_j = \frac{s - m_{ij}^2 - m_j^2}{2m_{ik}} \quad (4.3,d)$$

$$E_i = \frac{m_{ik}^2 + m_i^2 - m_k^2}{2m_{ik}} \quad (4.3,e)$$

Dieser Fall liegt bei der $\bar{p}p$ -Annihilation in Ruhe in drei Teilchen vor.

4.2. Drei-Teilchen-Zustände aus der $\bar{p}p$ -Vernichtung im Fluge

In der Proton-Antiproton-Annihilation im Fluge ist durch die Strahlachse die freie Drehbarkeit der Ereignisse nicht mehr gegeben. Nur die freie Rotation um die Strahlachse bleibt bestehen, da

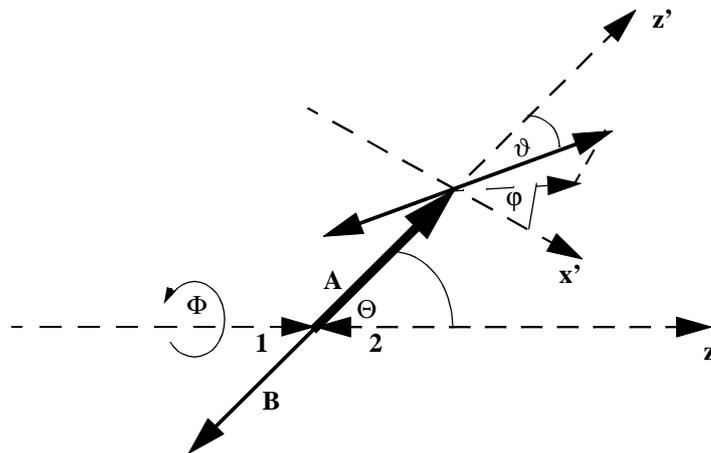


Abbildung 4.2: Kinematische Größen der Drei-Körper-Zustände im Fluge. Die positive z -Achse ist durch den Antiproton-Strahlimpuls definiert. Im Schwerpunktsystem der Reaktion wird ein Zwei-Teilchen-System (dicker Pfeil) unter dem Polarwinkel Θ erzeugt. In seinem Helizitätssystem (gestrichelte Koordinaten: z' -Achse entlang der Flugrichtung im Schwerpunktsystem der Reaktion, x' -Achse in der z/z' -Ebene, Zwei-Teilchen-System ruht) zerfällt es mit den sphärischen Winkeln ϑ und φ .

weder Proton noch Antiprotonen polarisiert sind. Es werden zwei weitere Größen benötigt, um den Drei-Teilchen-Zustand vollständig zu beschreiben. Definiert man die z -Achse des Koordinatensystems entlang des Strahles, so können dies der Kosinus des Polarwinkels Θ eines Zwei-Teilchen-

Systems im Schwerpunktsystem der Reaktion und der Azimutwinkel φ seines Zerfalls in seinem Ruhesystem, in dem die z-Achse entlang der Flugrichtung weist, sein (s.Abb.4.2). Der erste Winkel kann als Produktionswinkel einer Resonanz bezeichnet werden, der zweite als Winkel zwischen Produktions- und Zerfallsebene einer Resonanz (Treiman-Yang Winkel). Die Formeln zur Berechnung der kinematischen Größen aus den gemessenen sind im Anhang A beschrieben.

4.3. Photon-Photon Massenspektren

Für vorselektierte Ereignisse aus dem Datensatz bei $1940 \text{ MeV}/c$ \bar{p} -Strahlimpuls, welche die einfachste Hypothese, nämlich 6 Photonen mit Energie- und Impulserhaltung in der Reaktion, mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 10% erfüllten, wurden die Photon-Photon invarianten Massen histogrammiert (s.Abb.4.3). Über dem kombinatorischen Untergrund (15 Einträge pro Ereignis)

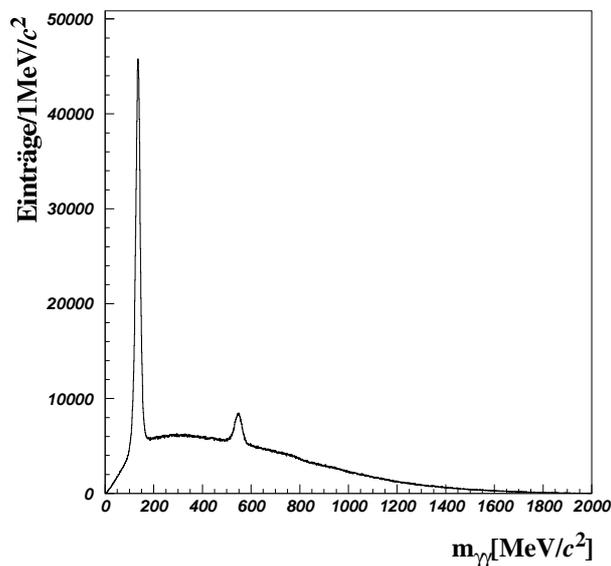


Abbildung 4.3: Spektrum der $\gamma\gamma$ -invarianten Massen. Über dem kombinatorischen Untergrund erheben sich deutlich die Signale des π^0 und des η -Mesons.

sind deutlich die Signale des π^0 - und des η -Mesons zu erkennen. Die erwarteten Signale eines ω -Mesons, daß in $\pi^0\gamma$ zerfällt, wobei ein niederenergetisches Photon aus dem π^0 -Zerfall dann nicht nachgewiesen wird, oder eines η' -Mesons sind zu schwach, um über dem kombinatorischen Untergrund noch beobachtet werden zu können. Nur etwa jedes fünfzigste η' -Meson zerfällt in zwei Photonen. Die beiden Signale werden im 2-Photon Massenspektrum sichtbar, wenn die $\gamma\gamma$ -invariante Masse aus der konvergierten kinematischen Anpassung (Konfidenzniveau größer 0.1) zur Hypothese $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma\gamma$ aufgetragen wird, wobei die Ereignisse die Hypothese $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$ nicht erfüllen (<1%) (s.Abb.4.4). Im Massenbereich 620 bis 1000 MeV/c^2 wurde eine Anpassung mit der Summe aus zwei Gaußfunktionen und einem Polynom ersten Grades vorgenommen. Eine Abschätzung der Auflösung der invarianten $\gamma\gamma$ -Masse im Bereich des η' -Mesons ergibt $\sigma = 20.2 \text{ MeV}/c^2$ (Parameter P6 in Abbildung 4.4).

4.4. Spektren der Endzustände mit drei pseudoskalaren neutralen Mesonen

Jeder der vier interessanten Endzustände[63] läßt sich in einem Dalitz-Plot darstellen. Zusätzlich interessant ist der Winkel, den ein Meson-Paar mit der Strahlachse im Schwerpunktsystem der

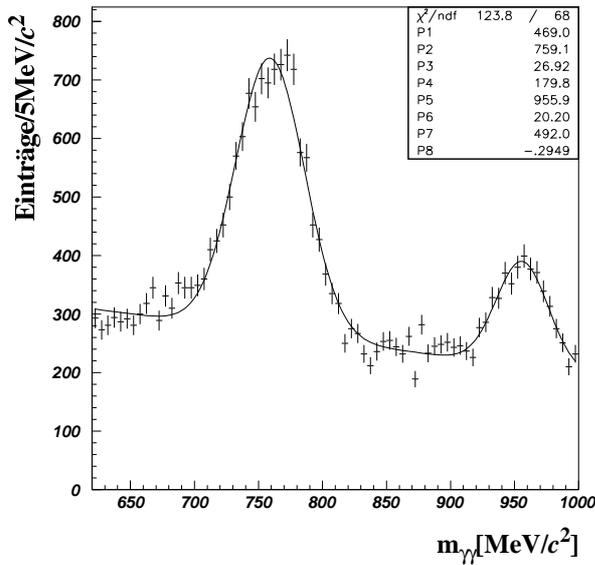


Abbildung 4.4: Die Signale von ω und η' in der $\gamma\gamma$ -invarianten Masse. Dargestellt ist der Bereich 620 - 1000 MeV/c^2 . Eine Beschreibung des Spektrums in diesem Bereich mit zwei Gaußfunktionen plus einem Polynom ersten Grads ergibt eine Auflösung von $\sigma = 20.2 \text{ MeV}/c^2$ im Bereich der η' -Masse ($958 \text{ MeV}/c^2$). Das ω -Meson zerfällt zu 8.5% nach $\pi^0\gamma$. Wird ein niederenergetisches Photon aus dem folgenden π^0 -Zerfall nicht nachgewiesen, erscheint ein Signal bei der ω -Masse in der Photon-Photon invarianten Masse.

Reaktion einnimmt (Produktionswinkel). Die Verteilungen des Treiman-Yang Winkels wird hier nicht wiedergegeben, da sie in allen Fällen keine erkennbare Dynamik zeigt.

4.4.1. $\pi^0\pi^0\pi^0$ bei 1940 MeV/c

In einem Endzustand mit drei identischen Teilchen gibt es drei Möglichkeiten, Paare zu bilden, und jedes Paar erzeugt aufgrund der Vertauschungssymmetrie zwei Einträge im Dalitz-Plot. Dadurch weist der Dalitz-Plot eine sechsfache Symmetrie auf. Im Spektrum der invarianten $\pi^0\pi^0$ -Masse befinden sich drei Einträge pro Ereignis. Der Dalitz-Plot (s.Abb.4.5) zeigt die auffälligsten Strukturen an den Kreuzungspunkten der interferierenden $f_2(1270)$ -Bänder. Dieses Meson zerfällt dominant in zwei Pionen und wird zahlreich in der Proton-Antiproton-Annihilation im Fluge erzeugt. Weitere Strukturen sind die dünnen Bänder des $f_0(975)$, die in den Ecken des Dalitz-Plots destruktiv mit anderen Strukturen interferieren. In der Mitte des Dalitz-Plots ist ein Signal als dreieckige Struktur zu erkennen, das einer Anhäufung von $\pi^0\pi^0$ -Paaren bei einer invarianten Masse von ungefähr $1500 \text{ MeV}/c^2$ entspricht. Dies rührt wahrscheinlich von der bereits in Ruhe beobachteten $f_0(1500)$ -Resonanz her, die als Glueball-Kandidat gilt (s.Kap.1.3.2.). An den Kreuzungspunkten der $f_0(975)$ -Bänder nahe den Ecken des Dalitz-Plots läßt sich mit dem bloßen Auge noch ein diffuses Band bei einer Masse von ca. $1850 \text{ MeV}/c^2$ erkennen. Das Signal ist aber zu schwach, um weitere Aussagen darüber machen zu können. Die Abreicherung von Einträgen bei Massenquadraten von ca. $0.47 \text{ GeV}^2/c^4$ ist auf die reduzierte Akzeptanz zurückzuführen. Der restriktive Selektionsschnitt gegen Ereignisse des Typs $p\bar{p} \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$ verwirft verstärkt Ereignisse mit $\pi^0\pi^0$ -Massen in der Nähe der $\pi^0\eta$ -Schwelle. Im Spektrum der invarianten $\pi^0\pi^0$ -Massen (s.Abb.4.6) finden sich diese Strukturen wieder, wobei die weniger dominanten Signale von den Reflexionen der $f_2(1270)$ -Bänder und Interferenzen überlagert werden.

Die hohe Statistik in diesem Endzustand erlaubt es, Dalitz-Plots für verschiedene Produktionswinkelbereiche darzustellen. Daraus läßt sich direkt ablesen, daß die verschiedenen auftretenden Strukturen im Dalitz-Plot aus unterschiedlichen $p\bar{p}$ -Streuwellen erzeugt werden (s.Abb.4.7). Diese getrennte Auftragung der Ereignisse erlaubt es, schwache Strukturen deutlich hervortreten zu lassen, wenn es Winkelbereiche gibt, in denen die dominanten Resonanzen nicht erscheinen oder durch ihre Zerfallswinkelverteilung das schwächere Signal nicht verdecken. So wird für die Produktionswinkelbereiche $|\cos\Theta| < 0.1$ und $0.3 < |\cos\Theta| < 0.4$ die Struktur bei $1850 \text{ MeV}/c^2$ als Band im Dalitz-Plot sichtbar, und das Signal bei $1500 \text{ MeV}/c^2$ tritt im Bereich $0.6 < |\cos\Theta| < 0.7$ im Dalitz-Plot deutlich hervor.

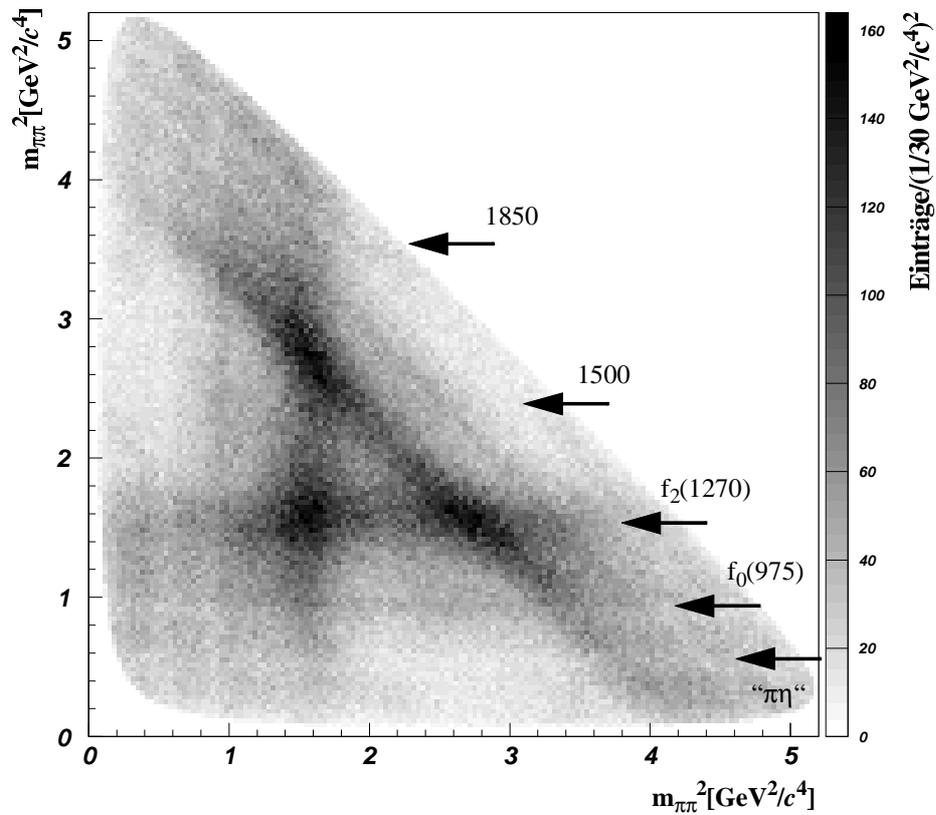


Abbildung 4.5: Dalitz-Plot der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ bei $1940 \text{ MeV}/c$. Die Signatur des $f_2(1270)$ dominiert die Darstellung. Mit bloßem Auge sind auch Strukturen bei ca. $1000 \text{ MeV}/c^2$ und $1500 \text{ MeV}/c^2$ zu erkennen.

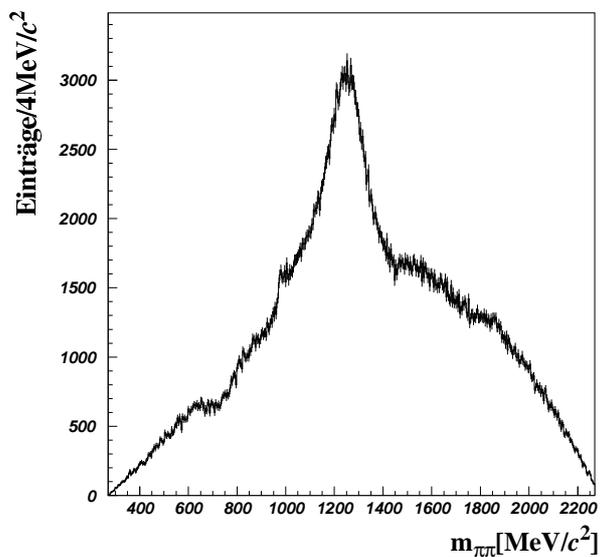


Abbildung 4.6: Invariantes Massenspektrum $\pi^0 \pi^0$ in $3\pi^0$ bei $1940 \text{ MeV}/c$. Im Spektrum der invarianten $\pi^0 \pi^0$ -Masse finden sich die Strukturen des Dalitz-Plots wieder. Dieser Endzustand wird von der $f_2(1270)$ -Produktion dominiert.

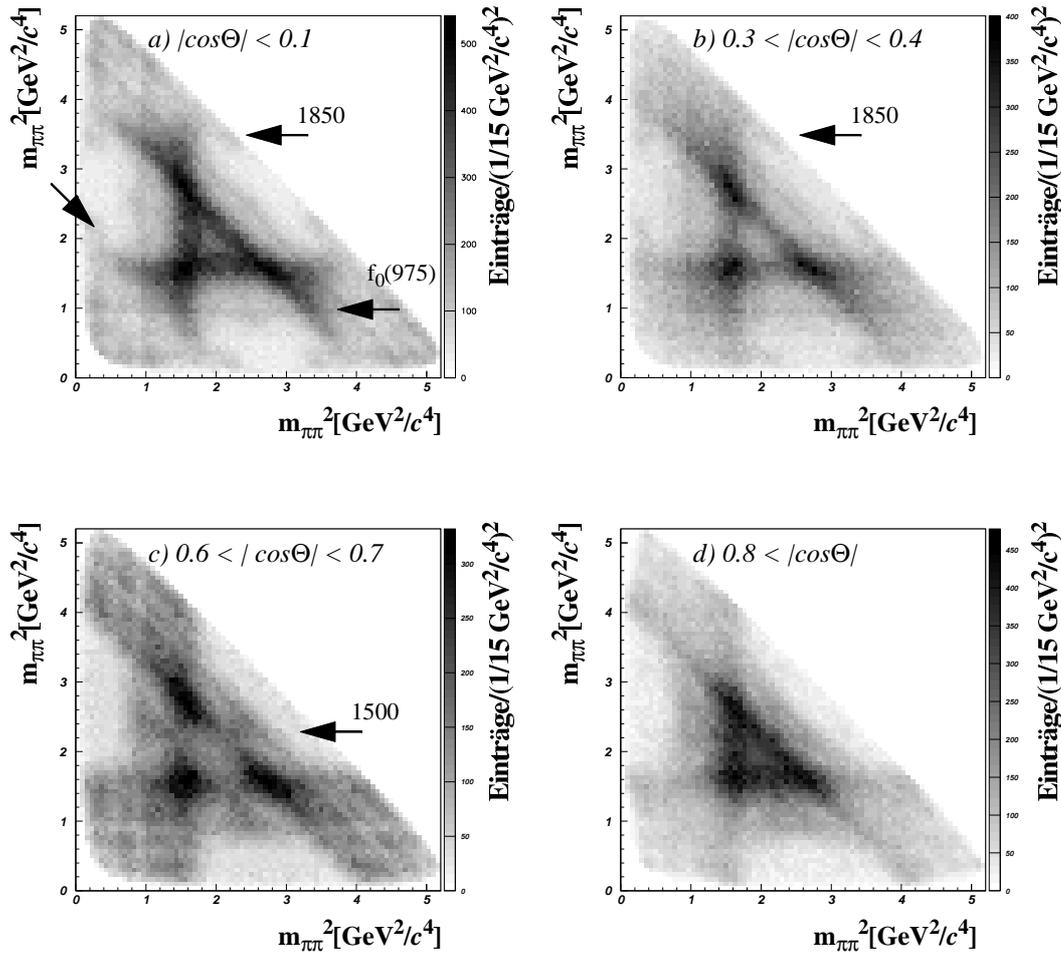


Abbildung 4.7: Dalitz-Plot für $3\pi^0$ bei $1940 \text{ MeV}/c$ für unterschiedliche Produktionswinkel. Von oben links nach unten rechts: Betrag des Kosinus des Produktionswinkels mindestens eines Meson-Paares kleiner als 0.1 (a), zwischen 0.3 und 0.4 (b), zwischen 0.6 und 0.7 (c) und größer als 0.8 (d). Offensichtlich werden die Zwischenzustände unterschiedlich stark aus den beitragenden Streuzuständen erzeugt.

4.4.2. $\pi^0\pi^0\eta$ bei $1940 \text{ MeV}/c$

Der Dalitz-Plot und die Spektren der invarianten Massen der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow 2\pi^0\eta$ sind in Abbildung 4.8 dargestellt. Aufgrund der Kombinatorik im Endzustand $\pi^0\pi^0\eta$ gibt es zwei Einträge pro Ereignis sowohl im Dalitz-Plot als auch im Spektrum der invarianten $\pi^0\eta$ -Massen. Im $\pi^0\pi^0$ -Massenspektrum gibt es nur einen Eintrag pro Ereignis. Mit dem Auge sind isoskalare Strukturen bei $1270 \text{ MeV}/c^2$ und bei $1500 \text{ MeV}/c^2$ erkennbar, im Zerfallsmodus $\pi^0\eta$ sind die Strukturen des $a_0(980)$ und die des $a_2(1320)$ zu erkennen. Für schwerere isoskalare Zustände bietet dieser Endzustand zuwenig Phasenraum. Das erhoffte Signal für ein $a_0(1450)$, wie es in Ruhe gefunden worden ist[26], ist leider nicht sichtbar. Eine weitere nur schwach angedeutete Struktur im Dalitz-Plot scheint verborgen unter dem Kreuzungspunkt des $f_2(1270)$ -Bandes mit dem Signal des $a_0(980)$. Dies entspräche einem Zwischenzustand in $\pi^0\eta$ bei einer Masse von ungefähr $1900 \text{ MeV}/c^2$. Dieser Verdacht wird erhärtet durch die Dalitz-Plots der Reaktionen $p\bar{p} \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$ und $p\bar{p} \rightarrow \pi^0\eta\eta$ bei einer Schwerpunktenenergie von $2980 \text{ MeV}/c^2$ wie sie am E760-Experiment[32] am Fermilab, USA, gemessen worden sind (s.Abb.4.9). Beide Endzustände zeigen in den Dalitz-Plots diese Struktur.

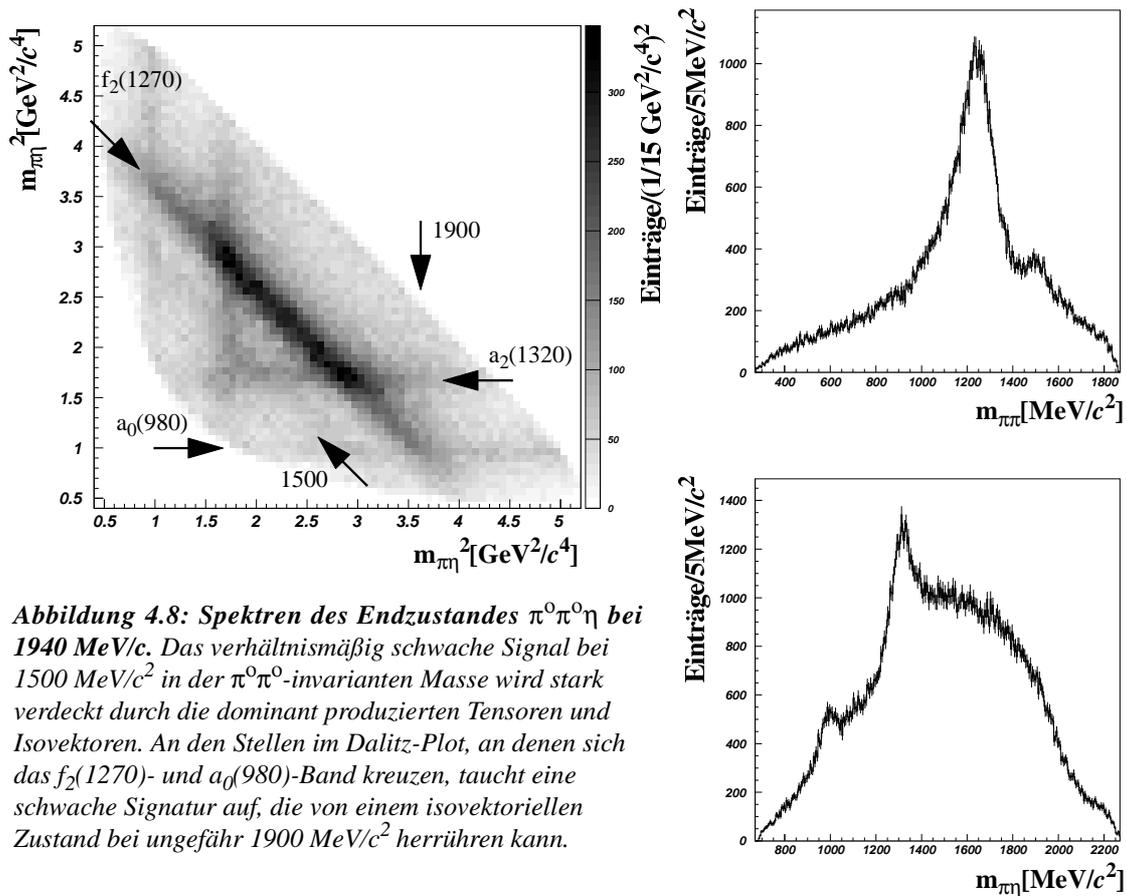


Abbildung 4.8: Spektren des Endzustandes $\pi^0\pi^0\eta$ bei $1940 \text{ MeV}/c$. Das verhältnismäßig schwache Signal bei $1500 \text{ MeV}/c^2$ in der $\pi^0\pi^0$ -invarianten Masse wird stark verdeckt durch die dominant produzierten Tensoren und Isovektoren. An den Stellen im Dalitz-Plot, an denen sich das $f_2(1270)$ - und $a_0(980)$ -Band kreuzen, taucht eine schwache Signatur auf, die von einem isovektoriellen Zustand bei ungefähr $1900 \text{ MeV}/c^2$ herühren kann.

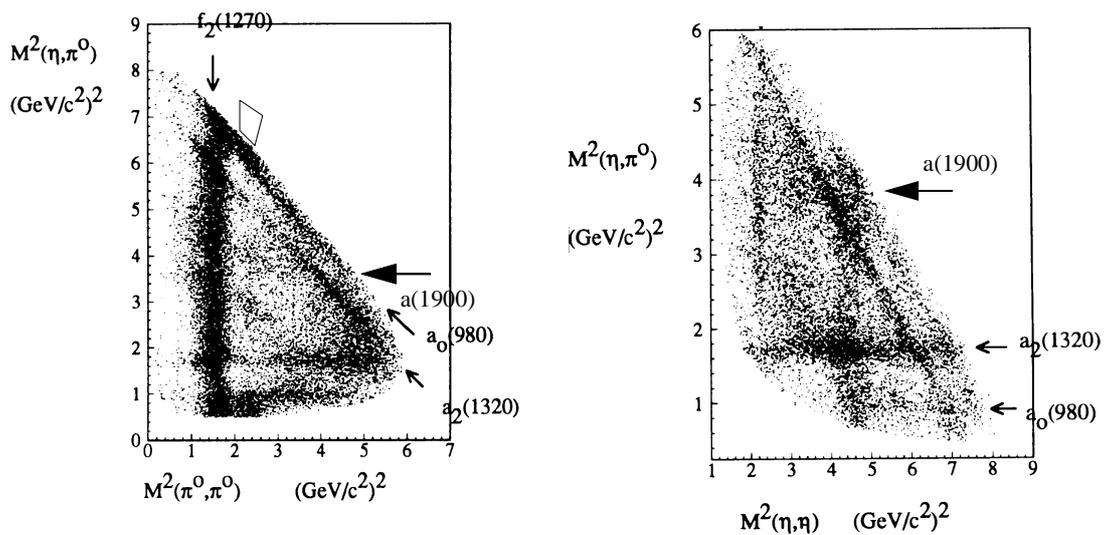


Abbildung 4.9: Das $a(1900)$ in Messungen des E760 Experimentes. Beide Dalitz-Plots zeigen Daten der Antiproton-Proton Vernichtung bei einer Schwerpunktenenergie von $2980 \text{ MeV}/c^2$. Links ist der Endzustand $\pi^0\pi^0\eta$ zu sehen, rechts $\pi^0\eta\eta$.

4.4.3. $\pi^0\eta\eta$ bei 1940 MeV/c

Die Spektren der invarianten Massen und der Dalitz-Plot der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 2\eta$ sind in Abbildung 4.10 dargestellt. Trotz vergleichbar geringer Statistik ist dieser Endzustand sehr interessant. Das $f_2(1270)$, das mit nur vernachlässigbar kleiner Rate in zwei Eta-Mesonen zerfällt, ist in allen Spektren abwesend. Dadurch sind alle anderen Strukturen gut zu erkennen. Neben den Isovektoren $a_0(980)$ und $a_2(1320)$ und einem deutlichen Band bei einer $\eta\eta$ -Masse von ca. 1500 MeV/c^2 , gibt es Andeutungen von Strukturen bei hohen $\eta\eta$ -Massen in der linken unteren Ecke des Dalitz-Plots, stark überlagert vom Kreuzungspunkt der $a_0(980)$ -Bänder. Dies entspräche einem isoskalaren Zustand mit einer Masse von ca. 2100 MeV/c^2 , bei der auch der leichteste 2^{++} -Glueball erwartet wird (s.Kap.1.2.2.). Außerdem gibt es eine kaum wahrnehmbare Struktur bei kleinen $\eta\eta$ -Massen, die von der Interferenz isovektorieller Amplituden herrühren kann. Dies entspräche dann einem Zustand mit einer Masse von ungefähr 1650 MeV/c^2 , einer möglicherweise noch unentdeckten radialen Anregung des $a_2(1320)$. Zur besseren Veranschaulichung ist dieser Endzustand auch in der

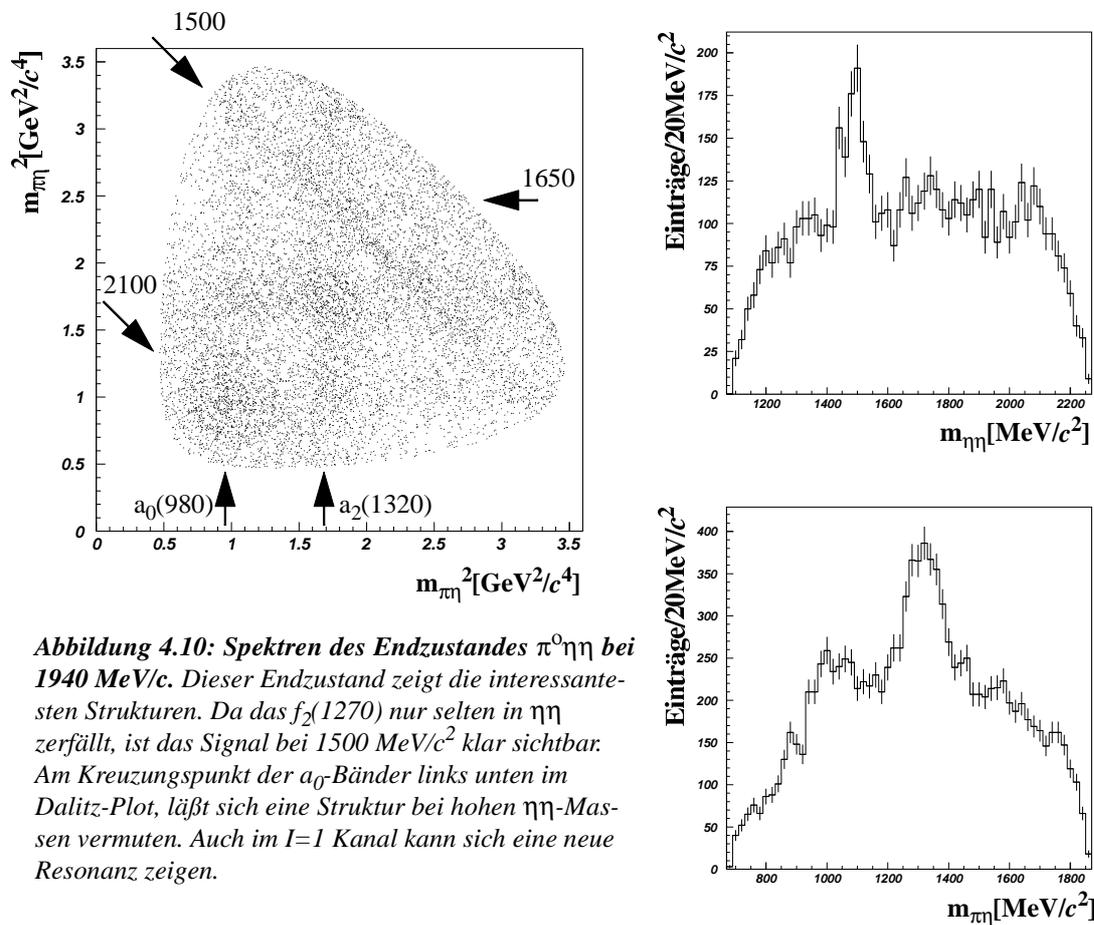


Abbildung 4.10: Spektren des Endzustandes $\pi^0\eta\eta$ bei 1940 MeV/c. Dieser Endzustand zeigt die interessantesten Strukturen. Da das $f_2(1270)$ nur selten in $\eta\eta$ zerfällt, ist das Signal bei 1500 MeV/c^2 klar sichtbar. Am Kreuzungspunkt der a_0 -Bänder links unten im Dalitz-Plot, läßt sich eine Struktur bei hohen $\eta\eta$ -Massen vermuten. Auch im $I=1$ Kanal kann sich eine neue Resonanz zeigen.

Auftragung als unsymmetrischer Dalitz-Plot dargestellt (s.Abb.4.11). Die starke Anhäufung von Einträgen bei hohen $\eta\eta$ -Massen scheint nicht allein von den sich kreuzenden a_0 -Bändern herzurühren.

4.4.4. $\eta\eta\eta$ bei 1940 MeV/c

Der Dalitz-Plot und das Spektrum der $\eta\eta$ -invarianten Masse sind in Abbildung 4.12 dargestellt. Der Endzustand aus 3 Eta-Mesonen ist in der Proton-Antiproton-Annihilation in Ruhe aufgrund des zur Verfügung stehenden Phasenraumvolumens nicht beobachtet worden. Da weder das $f_2(1270)$

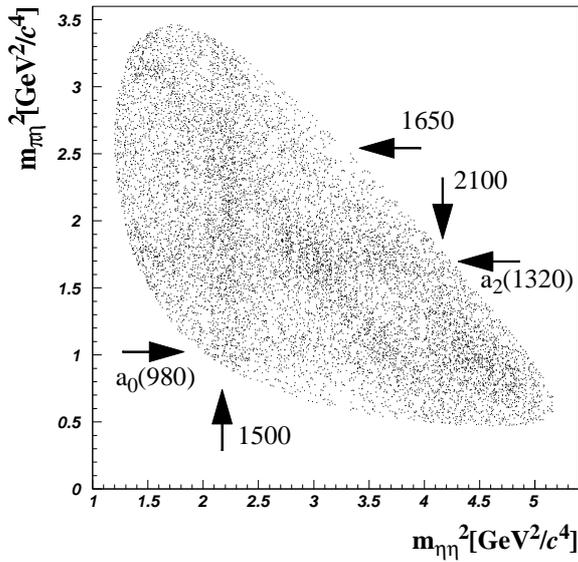


Abbildung 4.11: Unsymmetrischer Dalitz-Plot der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \eta \eta$ bei $1940 \text{ MeV}/c$. In dieser Auftragung lassen sich Zwischenzustände in $\eta\eta$ leichter erkennen, und ihre Masse läßt sich leichter ablesen.

noch schwere Isoskalare und Isevektoren in diesem Endzustand auftreten sollten, erwartet man ein isoliertes Signal vom $f_0(1500)$. Tatsächlich zeigt sich im Dalitz-Plot selbst bei äußerst geringer Statistik, daß der Endzustand von einer einzelnen Resonanz dominiert wird.

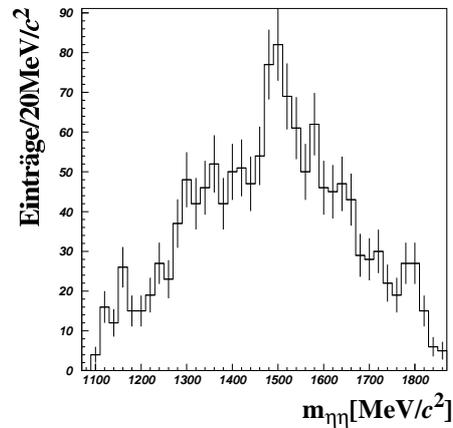
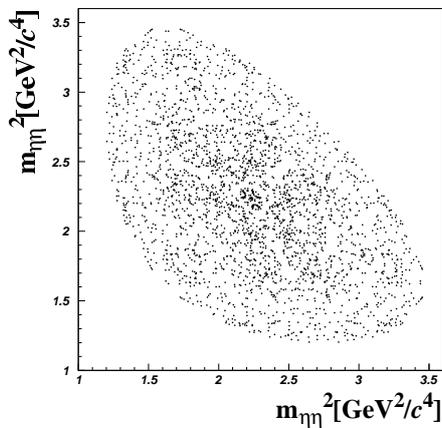


Abbildung 4.12: Der Endzustand $\eta\eta$ bei $1940 \text{ MeV}/c$. Durch die Abwesenheit des $f_2(1270)$ sowie isovekto-rieller Resonanzen ist das Signal bei $1500 \text{ MeV}/c^2$ als isolierter Peak im $\eta\eta$ -Massenspektrum sichtbar.

4.4.5. $\pi^0 \pi^0 \pi^0$ bei $600 \text{ MeV}/c$

Sowohl im Dalitz-Plot als auch im Spektrum der invarianten $\pi^0 \pi^0$ -Masse (s. Abb. 4.13) sind nur die Signale der Resonanz $f_2(1270)$ und eines Zustandes bei $1500 \text{ MeV}/c^2$ zu erkennen. Ebenso wie im Dalitz-Plot der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ bei $1940 \text{ MeV}/c$ tritt eine Akzeptanzeinbuße an der $\pi^0 \eta$ -Schwelle ein. Abbildung 4.14 zeigt die Verteilung des Kosinus des Produktionswinkels für die Massenbereiche $1170 \text{ MeV}/c^2$ bis $1370 \text{ MeV}/c^2$ und $1450 \text{ MeV}/c^2$ bis $1600 \text{ MeV}/c^2$.

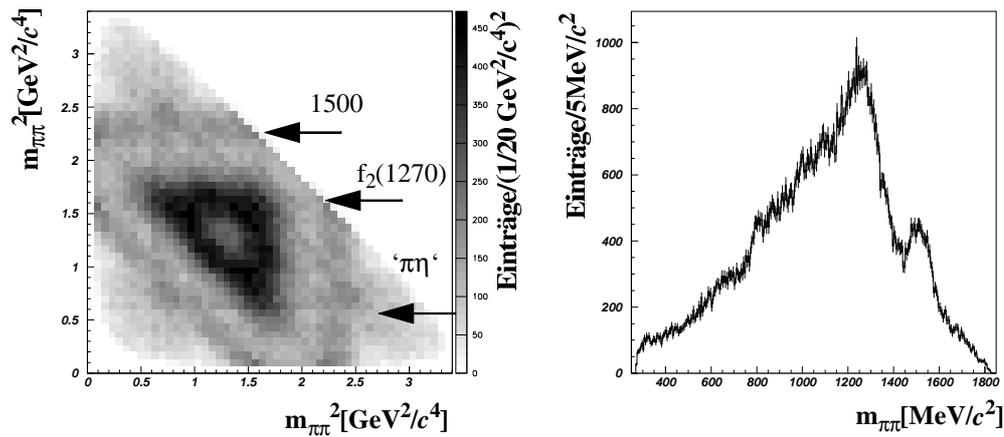


Abbildung 4.13: Spektren der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$ bei $600 \text{ MeV}/c$. Die wesentlichen Strukturen in Dalitz-Plot und $\pi^0\pi^0$ -Massenspektrum sind das $f_2(1270)$ und ein Signal bei $1500 \text{ MeV}/c^2$.

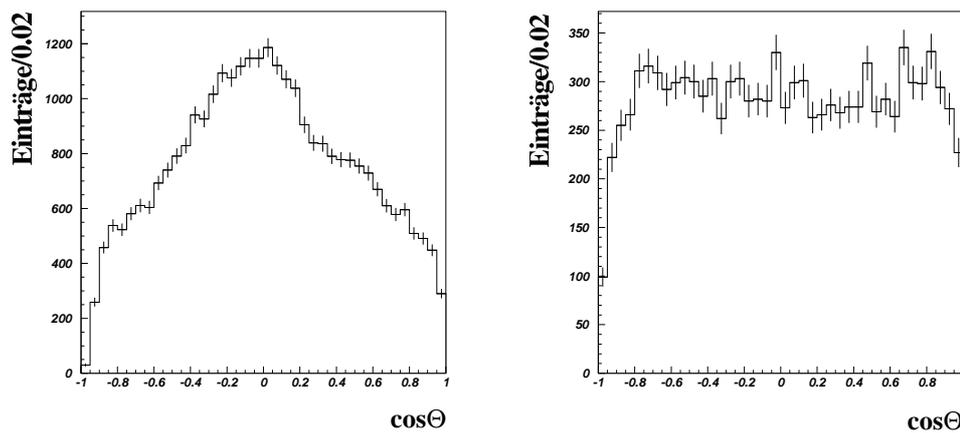


Abbildung 4.14: Kosinus des Produktionswinkels für ausgewählte Massenbereiche. Links die Verteilung für Pionpaare mit invarianten Massen zwischen $1170 \text{ MeV}/c^2$ und $1370 \text{ MeV}/c^2$, rechts für Werte zwischen $1450 \text{ MeV}/c^2$ bis $1600 \text{ MeV}/c^2$.

5. Spin-Paritätsanalyse

Wegen Interferenzen und Überlagerung schwacher durch starker Signaturen, lassen sich nicht alle Resonanzen mit dem Auge aus dem Dalitz-Plot ablesen, geschweige denn ihre Massen, Breiten, Zerfallsverzweigungsverhältnisse oder gar Spinquantenzahlen bestimmen. Dazu wurde eine Spin-Paritätsanalyse durchgeführt. Ziel einer solchen Analyse ist die Beschreibung der beobachteten Intensitätsverteilungen durch Gewichtsanpassung komplexer Amplituden.

Ein Ziel der hier durchgeführten Analysen ist der Versuch, die Reaktionen mit unterschiedlichen Strahlimpulsen zu beschreiben und die dabei verwendeten Methoden zu vergleichen. Es wurden dafür Beschreibungen im Formalismus einer vollständigen Helizitätsanalyse[59], eines vereinfachten Ansatzes[60] und einer Operatorentwicklung[61] betrachtet. Hierbei konzentrierte sich die Spin-Paritätsanalyse auf die Beschreibung der Daten aus der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \eta \eta$ bei 1940 MeV/c, da in diesem Datensatz die interessantesten Strukturen erkennbar sind (s.Kap.4.4.3.). Eine Anpassung der Amplitudengewichte in der Formulierung des Helizitätsformalismus, die auch unterschiedliche Spin- und Paritätsquantenzahlen des Proton-Antiproton-Anfangszustandes berücksichtigt, ist hier nicht möglich, weil die große Anzahl freier Fit-Parameter keine gute Konvergenz zuläßt. Deswegen wurde für diesen Fall eine Beschreibung mittels eines vereinfachten Ansatzes versucht, der die Moden der Resonanzproduktion nicht aufschlüsselt, sondern lediglich eine Anpassung in den zwei Phasenraumdimensionen des Dalitz-Plots anstrebt[60].

Eine vollständige Anpassung im Helizitätsformalismus war für die Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ bei 600 MeV/c durchführbar, da hier weniger Partialwellen im $p\bar{p}$ -Streusystem auftreten. In diesem Endzustand, der mit ausreichend Statistik gemessen worden ist, zeigt sich besonders deutlich das Signal des $f_0(1500)$ und, wie es sich aus der Analyse herausstellt, eine neue Tensorresonanz. Die Attraktivität einer vollständigen Beschreibung liegt auch darin, daß sie Einblick in die auftretenden Spin- und Paritätsquantenzahlen im Proton-Antiprotonsystem im Fluge gewährt. Weiterhin wurde versucht, diese Reaktion mit dem vereinfachten Verfahren zu beschreiben. Hier zeigen sich dann auch die Schwächen der dort angenommenen Näherungen. Dies wird ausführlich im nächsten Kapitel (s.Kap.6.1.2.) diskutiert.

Tabelle 5.1 zeigt die im Folgendem verwendeten Symbole und ihre Bedeutung. Einige der darin aufgeführten Größen sind in Abbildung 4.2 veranschaulicht. Die Formeln zur Berechnung der kinematischen Größen befinden sich in Anhang A.

5.1. Die beteiligten Quantenzahlen

Der Gesamtspin eines Paares pseudoskalarer Mesonen ergibt sich allein aus dem relativen Bahndrehimpuls L der Teilchen. Die Parität ist gleich $(-1)^L$, und somit sind für identische Mesonen wegen der Bose-Symmetrie nur gerade Drehimpulse erlaubt. Die Ladungskonjugation errechnet sich direkt aus dem Produkt der Ladungskonjugationen der beteiligten Mesonen und ist im Falle von neutralen Mesonen aus dem gleichen Nonett stets positiv. Ein Paar $\pi^0 \pi^0$ oder $\eta \eta$ kann daher nur die Quantenzahlen $J^{PC} = 0^{++}, 2^{++}$ und 4^{++} einnehmen. Höhere Spins sind bei Resonanzen im untersuchten Massenbereich nicht zu erwarten. Neben diesen Quantenzahlen kann ein Paar aus $\pi^0 \eta$ auch die Werte $J^{PC} = 1^{+-}$ aufweisen. Eine Beobachtung dieser Quantenzahlen für eine Resonanz wäre ein eindeutiger Hinweis auf ein exotisches Teilchen, da diese Quantenzahlen für ein Fermion-Antifermion verboten sind. Eine Interpretation eines solchen exotischen Zustandes im Quark-Antiquark Bild der Mesonen ist nicht möglich.

Symbol	Bedeutung
A	Zwischenzustand
B	dagegen rückstoßendes Teilchen
Θ, Φ	sphärische Winkel der Flugrichtung von A gemessen im $\bar{p}\bar{p}$ -Ruhesystem
ϑ, φ	sphärische Winkel der Flugrichtung eines der Tochterteilchen aus dem Zerfall von A gemessen im Ruhesystem von A, wobei die z-Achse in Flugrichtung von A gemessen im $\bar{p}\bar{p}$ -Ruhesystem zeigt (Helizitätssystem)
θ, ϕ	sphärische Winkel der Flugrichtung eines der Tochterteilchen aus dem Zerfall von A gemessen im Ruhesystem von A, wobei die z-Achse parallel zur \bar{p} -Strahlrichtung ausgerichtet ist (kanonisches System)
m_{ij}, q	invariante Masse der Teilchen i und j sowie der Impulsbetrag von i im Ruhesystem der Reaktion $A \rightarrow i+j$
τ	Tupel der Phasenraumkoordinaten eines Ereignisses
J, P, C	Gesamtspin, Paritäts- und Ladungskonjugationseigenwert des $\bar{p}\bar{p}$ -Anfangszustandes
L, S, M, v	relativer Bahndrehimpuls zwischen Proton und Antiproton gemessen im $\bar{p}\bar{p}$ -Ruhesystem, Spin des $\bar{p}\bar{p}$ -Systems (0 oder 1) mit M dessen Projektion auf die Strahlachse. v ist die Helizität des $\bar{p}\bar{p}$ -Systems ($v = M$)
l, l_z	relativer Bahndrehimpuls zwischen A und B gemessen im $\bar{p}\bar{p}$ -Ruhesystem und dessen Projektion auf die Strahlachse
$\sigma, \lambda, \lambda_f$	Spin und Helizität von A und die Projektion des Spins auf die z-Achse des kanonischen Systems

Tabelle 5.1: Tabellarische Übersicht über die in diesem Kapitel benutzten Symbole. Die Formeln zur Berechnung der kinematischen Größen befinden sich im Anhang.

Für den Isospin eines $\pi^0\eta$ -Paares gilt $I = 1$. Ein System aus $\eta\eta$ ist isoskalar, ebenso ein $\pi^0\pi^0$ -Paar, wobei hierfür auch $I = 2$ erlaubt ist. Dies wird hier aber ausgeschlossen, da eine isotensorielle Resonanz in ihrer doppelt geladenen Komponente leicht beobachtbar wäre, aber noch nie gesehen worden ist.

Die möglichen $\bar{p}\bar{p}$ -Anfangszustände für die Endzustände mit drei neutralen pseudoskalaren Mesonen sind in Tabelle 2.1 aufgelistet. Der höchste beitragende Spin (in Einheiten von $\hbar/2\pi$) kann auf drei Wegen abgeschätzt werden (s.Tab. 5.2):

	semi-klassisch L_{\max}	statistisches Modell L_{dom}	Winkelverteilungen J_{\max}
600 MeV/c	1.7	1 - 2	3
1940 MeV/c	5.4	2 - 4	6

Tabelle 5.2: Abschätzungen der auftretenden Spins. Die semi-klassischen Abschätzung macht eine Aussage über den maximal beitragenden Bahndrehimpuls, das statistische Modell über den anteiligen Beitrag der Partialwellen zum Annihilationswirkungsquerschnitt. Aus den Winkelverteilungen in Zwei-Körper Endzuständen, die mit dem Crystal Barrel Experiment gemessen wurden[62], wurde ein oberer Wert für den Gesamtspin J des $\bar{p}\bar{p}$ -Systems gewonnen.

- 1. semi-klassisch:** mit einem angenommen maximalen klassischen Stoßparameter von $b = 1.6$ fm und mit den Impulsen p von Proton und Antiproton im gemeinsamen Schwerpunktsystem lassen sich grobe Abschätzungen für den maximal beitragenden Bahndrehimpuls L zwischen Proton und Antiproton gewinnen gemäß:

$$p \times b = \sqrt{L(L+1)} \frac{\hbar}{2\pi} \quad (5.1)$$

- 2. Modellrechnungen:** aus einem statistischen Modell heraus können Aussagen über die Wirkungsquerschnitte der einzelnen Partialwellen gemacht werden[64] (s.Abb.5.1). Das Modell benutzt ebenfalls Gl. 5.1 bei einem Hadronenradius von 0.6 fm.

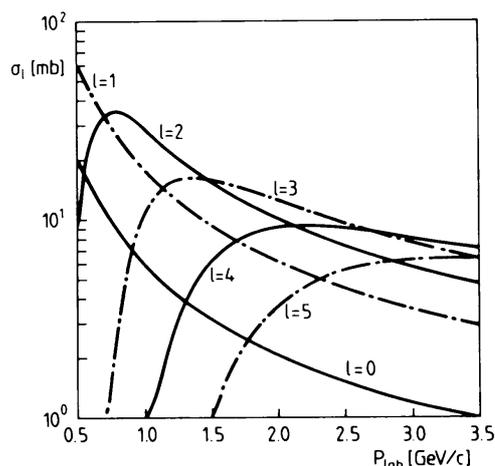


Abbildung 5.1: Beitragende Bahndrehimpulse aus Modellrechnungen. Bei einem Strahlimpuls von 1940 MeV/c sollte nach diesem Bild die Annihilation aus der relativen F-Welle überwiegen, die D- und G-Welle jeweils nur etwa halb so stark beitragen.

- 3. Messung:** aus den Winkelverteilungen von Pionen und Eta-Mesonen in Zweiteilchen-Endzuständen aus der Proton-Antiproton-Annihilation am Crystal Barrel Experiment konnten obere Grenzen für die beitragenden Spins bestimmt werden[62].

Die Abschätzungen sind alle im Rahmen ihrer Genauigkeit miteinander verträglich, da der Gesamtspin des Anfangszustandes sich aus der Kopplung von Bahndrehimpuls und Teilchenspins ergibt.

5.2. Das Isobarmodell

Im Rahmen dieser Analyse wurde das Isobarmodell verwendet, das von aufeinanderfolgenden Zweikörperzerfällen ausgeht. Ein Dreiteilchen-Endzustand wird danach durch die Produktion einer Resonanz und eines rückstoßenden Mesons und dem anschließenden Zerfall der Resonanz in zwei Mesonen erreicht. Dadurch wird die Schwierigkeit, daß ein Drei-Körper-Problem sich generell nicht analytisch lösen läßt, umgangen. Dieser Ansatz der Zweikörperzerfälle, der auf Arbeiten von Jackson[65], Pisut und Roos[66] zurückgeht, ist äquivalent zum Modell der Endzustandswechselwirkung von Watson[67]. Dieses Modell geht von isotroper Produktion der drei Teilchen im Endzustand aus und unterwirft diese dann paarweise der Wechselwirkung. In diesem Formalismus lassen sich resonante Streuquerschnitte durch relativistische Breit-Wigner-Propagatoren $\Delta(m)$ parametrisieren:

$$\Delta(m_{12}) = B_L(q) \frac{m_0 \Gamma_0}{m_0^2 - m_{12}^2 - i m_0 \Gamma_L(q)} \quad \text{mit} \quad (5.2)$$

$$\Gamma_L(q) = \Gamma_0 \frac{m_0 q B_L^2(q)}{m_{12} q_0 B_L^2(q_0)}, \quad (5.3)$$

q ist der Impuls der wechselwirkenden Teilchen im Ruhesystem des Streuprozesses, die mit 0 indizierten Größen m_0 , Γ_0 und q_0 bezeichnen die Nominalwerte der Resonanz: Masse, Breite und Zerfallsimpuls. Die Faktoren $B_L(q)$ sind aus einfachen Potentialrechnungen hergeleitete Funktionen, die sogenannten Blatt-Weisskopf-Dämpfungsfaktoren, zur Modellierung der Zentrifugalbarriere im hadronischen Potential des zerfallenden Systems. Diese sind gegeben durch[68]

$$B_0(q) = 1 \quad (5.4)$$

$$B_1(q) = (qr) \left(\frac{2}{1 + (qr)^2} \right)^{1/2} \quad (5.5)$$

$$B_2(q) = (qr)^2 \left(\frac{13}{9 + 3(qr)^2 + (qr)^4} \right)^{1/2}, \text{ usw.} \quad (5.6)$$

Der Parameter r steht für die effektive Reichweite des Potentials und wird im allgemeinen auf $r = 0.2 \text{ fm}$ [69], 0.68 fm [70] oder 1 fm [71] gesetzt. Entscheidend für die Impulsabhängigkeit der Blatt-Weisskopf-Faktoren ist, daß diese Größe kleiner als 1 fm ist, entsprechend Fermi-Impulsen von mehr als $200 \text{ MeV}/c$.

Die Amplitude für eine Reaktion des Typs $\bar{p}p \rightarrow m_1 + m_2 \rightarrow m_1 + m_2 + m_3$ faktorisiert in diesem Modell zum Produkt der Amplituden der beteiligten Teilprozesse. Jede dieser Teilamplituden läßt sich schreiben als Produkt einer phänomenologischen Konstanten, die proportional zum Lorentz-invarianten Matrixelement des Übergangs ist, einer Funktion, welche die Winkelverteilung beschreibt, und einer dynamischen Funktion, welche die Energieabhängigkeit beinhaltet.

$$T_{A \rightarrow BC} = H \cdot F(\Omega) \cdot \Delta(m_{BC}) \quad (5.7)$$

Eine mögliche Darstellung der Konstanten und der Winkelabhängigkeiten gewinnt man aus dem Helizitätsformalismus[72], die dynamische Funktion ist für Resonanzzerfälle gegeben durch eine Breit-Wigner-Parametrisierung und Unterdrückungsfaktoren nach Blatt-Weisskopf[68].

5.3. Die Übergangsamplitude

Es wurden verschiedenen Ansätze untersucht, die Daten zu beschreiben. Grund hierfür ist die Vielzahl unbekannter Parameter in jedem dieser Ansätze, die eine numerische Konvergenz der Anpassung erschwert. Die drei Methoden sollen im einzelnen vorgestellt und verglichen werden. Der wesentliche Unterschied liegt in der Beschreibung der Winkelverteilungen.

5.3.1. Die Amplitude im Helizitätsformalismus

Im Helizitätsformalismus wird zur Herleitung von Winkelverteilungen in Zerfällen die Flugrichtung des zerfallenden Teilchens als Quantisierungsachse z definiert. Betrachtet man ein Teilchen der Masse m_{12} mit Impuls \vec{p} , das entlang der so definierten z -Achse in zwei Tochterteilchen mit den Spins s_1 und s_2 und Zerfallsimpuls \vec{q} zerfällt, dann wird dieser Prozeß beschrieben durch insgesamt $(2s_1+1)(2s_2+1)$ Zustände $|m_{12}\lambda_1\lambda_2\rangle$ beschrieben. Die Helizität λ eines Teilchens ist die Projektion seiner Spineinstellung auf die z -Achse. Der Vorteil dieses Verfahrens ist, daß der Bahndrehimpuls l zwischen den Tochterteilchen nicht eingeht, da er senkrecht zu \vec{q} steht, und seine Projektion darauf verschwindet. Um eine Emission des Tochterteilchens (1) unter dem Raumwinkel (ϑ, φ) zu beschreiben, transformiert man das Koordinatensystem in das Helizitätssystem dieses Teilchen. Dies geschieht mit Hilfe der D-Funktionen:

$$|m_{12}\lambda_1\lambda_2, \vartheta, \varphi\rangle = D_{M\lambda}^J(\varphi, \vartheta, 0) |m_{12}\lambda_1\lambda_2\rangle \quad (5.8)$$

wobei J der Spin des Mutterteilchens, M seine Einstellung und $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ die resultierende Gesamthelizität des Endzustandes ist. Die D-Funktionen lassen sich über die d-Funktionen[73] berechnen:

$$D_{mm'}^J(\varphi, \vartheta, 0) = e^{-im\varphi} \cdot d_{mm'}^J(\vartheta) \quad (5.9)$$

Der Zusammenhang zu einer anderen gebräuchlichen Formulierung, dem Spin-Bahn-Kopplungsschema, ist gegeben über die Helizitätsamplituden (s.Kap.5.2.):

$$H_{\lambda_1\lambda_2}^J = \sum_{l,s} \alpha_{ls}^J \langle s_1\lambda_1 s_2-\lambda_2 | s\lambda \rangle \langle 10s\lambda | J\lambda \rangle \quad (5.10)$$

wobei s der Gesamtspin des Endzustandes und α_{ls}^J die ls-Kopplungskoeffizienten sind. Die Summe erstreckt sich über alle beitragenden Bahndrehimpulse und Spins. Man beachte die Null als magnetische Unterquantenzahl im zweiten Clebsch-Gordan-Koeffizienten, die eben der oben erwähnten verschwindenden Projektion von l Rechnung trägt. Im Falle eines Zerfalls in zwei spinlose Teilchen, gilt $l = J$, $s = 0$ und somit $H^J = \alpha^J$. Im Allgemeinen gilt für Prozesse, bei denen die Parität erhalten ist,

$$H_{-\lambda_1, -\lambda_2}^J = \pi_1 (-1)^{\sigma_1} \pi_2 (-1)^{\sigma_2} P (-1)^J H_{\lambda_1 \lambda_2}^J. \quad (5.11)$$

π_i sind die Paritätseigenwerte der Tochterteilchen und σ_i deren Spins. P ist der Paritätseigenwert des zerfallenden Zustandes.

Bei der Produktion einer Resonanz aus dem Antiproton-Proton System im Fluge und dem folgenden Zerfalls in zwei spinlose Mesonen, läßt sich die Gesamtamplitude als Produkt der Amplituden für die Bildung des Proton-Antiproton Streuzustandes, der Übergangsamplitude des Streuzustandes in Resonanz und Rückstoßteilchen und der Zerfallsamplitude der Resonanz bilden. Die Bildung des Streuzustandes wird durch eine Helizitätsamplitude beschrieben, da sowohl Energie als auch Winkel fest sind. Die Bildung ist aufzufassen als umgekehrter Zerfall.

$$\langle a\nu | \nu_1 \nu_2 \rangle = H_{\nu_1 \nu_2}^a, \quad (5.12)$$

dabei sind ν_1, ν_2 die Helizitätsunterzustände $\pm 1/2$ des Antiprotons und des Protons, ν die Helizität des Streuzustandes mit $\nu = \nu_1 - \nu_2$, und a ein Kurzbezeichner für die Quantenzahlen J, P und C des Systems (s.Kap.2.2.). Für die Größen $H_{\nu_1 \nu_2}^a$ ergeben sich folgende Regeln:

- aus Gl. 5.12 folgt $H_{-\nu_1, -\nu_2}^a = (-1)^J P H_{\nu_1 \nu_2}^a$, da für das Fermion-Antifermion-System $\pi_1 \pi_2 = -1$ und $\sigma_1 + \sigma_2 = 1$ gilt.
- für Spinsingulett-Zustände ist $H_{\pm \pm}^a = 0$, da $S = 0$ ist, und damit auch die Projektionen $M = \nu$ des Spins auf die Strahlachse verschwinden. Der relative Bahndrehimpuls L steht senkrecht zur Strahlrichtung und trägt daher zur Helizität des Anfangszustandes nicht bei.
- für Spintriplett-Zustände mit ungeradem Spin gilt nach Gl. 5.12: $H_{++}^a = -H_{--}^a$, und da die Spinwellenfunktion für Spintriplett-Zustände sich zu $\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (H_{++} + H_{--}) = 0$ ergibt, verschwindet hier die $\nu = 0$ Amplitude.

Die Produktionsamplitude der Resonanz setzt sich aus einer Helizitätsamplitude und einer Winkel-funktion zusammen. Die Energie in dieser Teilreaktion ist fix.

$$\langle c\lambda, \Theta\Phi | a\nu \rangle = \hat{F}_{\lambda}^b \cdot D_{\nu\lambda}^J (\Phi, \Theta, 0), \quad (5.13)$$

λ ist die Helizität der Resonanz, die durch c bezeichnet sei, (Θ, Φ) der Raumwinkel der Emission der Resonanz und b eine Kurznotation für (a, c) . Für die Koeffizienten \hat{F} gilt aus Gründen der Paritätserhaltung:

$$\hat{F}_{-\lambda}^b = P (-1)^{J+1} \hat{F}_{\lambda}^b \quad (5.14)$$

Für den Resonanzzerfall wird nun in der Amplitude neben einer Proportionalitätskonstanten eine Winkelfunktion sowie eine dynamische Funktion zur Beschreibung der Energieabhängigkeit benötigt:

$$\langle (\vartheta, \varphi) | c\lambda, m \rangle = f^c \cdot D_{\lambda 0}^{\sigma_c} (\varphi, \vartheta, 0) \cdot \Delta^c(m), \quad (5.15)$$

mit σ_c dem Spin der Resonanz c , m der invarianten Masse der Tochterteilchen und (ϑ, φ) den Zerfallswinkeln. Die Helizitätsamplitude f^c hat keine weiteren Indizes, da die Endzustandsteilchen keinen Spin haben. Nach Zusammenfassen der f^c und \hat{F}_λ^b zu $F_\lambda^b = \hat{F}_\lambda^b \cdot f^c$ liest sich die Amplitude

$$T_{v_1 v_2}(\tau) = \sum_a H_{v_1 v_2}^a * \sum_{k, c} \Delta_c(m_k) \sum_\lambda D_{v\lambda}^J * (\Phi_k, \Theta_k, 0) D_{\lambda 0}^{\sigma * }(\varphi_k, \vartheta_k, 0) \sum_1 \langle 10 \sigma_c \lambda | J \lambda \rangle G_1^b \quad (5.16)$$

Hierbei sind die F_λ^b bereits nach Bahndrehimpuls l entwickelt (s. Kap. 5.3.1.). Die komplexen Koeffizienten G_1^b geben die Kopplungsstärke der Partialwelle an. Der Summationsindex k erstreckt sich jeweils über alle möglichen Kombinationen, die Resonanz c aus zwei Teilchen des Dreiteilchen-Endzustands zu bilden. Das Symbol τ steht stellvertretend für alle Winkel und invarianten Massen.

Da weder Strahl noch Targetmaterial polarisiert sind, interferieren Spinsingulett- $p\bar{p}$ -Streuwellen nicht mit Spintriplett-Wellen. Außerdem gibt es keine Interferenz zwischen den Übergängen mit unterschiedlicher $p\bar{p}$ -Spineinstellung v . Für die Berechnung der Amplituden T muß getrennt über Spinsingulett (S) und -triplett (T) im Anfangszustand a summiert werden. Unter Nutzung der Symmetrieeigenschaften der Amplituden errechnet sich der Wirkungsquerschnitt somit zu

$$w(\tau) = |T_1(\tau)|^2 + |T_{-1}(\tau)|^2 + 2|T_0^T(\tau)|^2 + 2|T_0^S(\tau)|^2, \quad (5.17)$$

wobei in Gl. 5.17 zur Abkürzung als Index der Amplituden T nur noch die $p\bar{p}$ -Gesamthelizität v geführt wird.

5.3.2. Anpassen der Parameter im Helizitätsformalismus

Dieser Formalismus wurde benutzt, um die Daten der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ bei einem Antiprotonimpuls von 600 MeV/c zu beschreiben. Die zu bestimmenden Parameter dabei sind

1. **Helizitätsamplituden der $p\bar{p}$ -Anfangszustände** ($H_{v_1 v_2}^a$). Diese sind komplex und werden getrennt als Betrag und Phase angepaßt.
2. **l -Kopplungskonstanten der Resonanzen** (G_1^b). Auch diese sind komplex. Für jeden $p\bar{p}$ -Anfangszustand kann es für jede Resonanz mehrere mögliche Bahndrehimpulse l zwischen Resonanz und Rückstoßteilchen geben.
3. **Massen und Breiten der Resonanzen.**

Für einen Antiprotonimpuls von 600 MeV/c kann abgeschätzt werden (s. Tab. 5.2), daß keine höheren Spins als $J = 2$ im Anfangszustand auftreten. Damit sind nur die Zustände (s. Tab. 2.1) 1S_0 , 3P_1 , 3P_2 , 1D_2 und 3F_2 möglich, wobei 3P_2 und 3F_2 ununterscheidbar sind, weil nur die äußeren Quantenzahlen J , P und C im Endzustand beobachtbar sind. Die J^{PC} -Quantenzahlen dieser Zustände sind 0^{++} , 1^{++} , 2^{++} und 2^{+-} . Für die Spinsingulett-Zustände 0^{++} und 2^{++} gibt es jeweils nur eine Helizitätsamplitude, für den 1^{++} -Zustand die Amplituden zu den Helizitäten -1 und $+1$, die aber voneinander abhängen (s. Kap. 5.3.1.). Der 2^{++} -Zustand hat die möglichen Helizitätsunterzustände -1 , 0 und $+1$, die durch zwei unabhängige Helizitätsamplituden parametrisiert werden können. Wegen der Paritätserhaltung ist die Produktion von skalaren Resonanzen aus dem 2^{++} -Zustand verboten. Aus den drei anderen Zuständen ist die Produktion von Spin-Null-Resonanzen aus jeweils nur einer l -Partialwelle möglich (s. Tab. 5.3).

Tensor-Resonanzen können aus allen Anfangszuständen und auch aus mehreren l -Partialwellen erzeugt werden (s. Tab. 5.4).

Die Anzahl der freien reellen Parameter berechnet sich zu

- 10 für die komplexen Helizitätsamplituden der vier Anfangszustände.

$\bar{p}p$ -Anfangszustand	Bahndrehimpuls l
$^1S_0 (0^+)$	0
$^3P_1 (1^{++})$	1
$^3P_2 (2^{++})$	-
$^1D_2 (2^+)$	2

Tabelle 5.3: Anfangszustände und Partialwellen für skalare Resonanzen. Skalare Resonanzen können nicht aus 3P_2 erzeugt werden.

$p\bar{p}$ -Anfangszustand	Bahndrehimpuls l
$^1S_0 (0^+)$	2
$^3P_1 (1^{++})$	1,3
$^3P_2 (2^{++})$	1,3
$^1D_2 (2^+)$	0,2,4

Tabelle 5.4: Anfangszustände und Partialwellen für tensorielle Resonanzen. Für die meisten Anfangszustände sind mehrere Partialwellen möglich.

- +6 für die komplexen Partialwellenamplituden einer jeden skalaren Resonanz.
- +16 für die Partialwellenamplituden jeder Tensor-Resonanz.
- +2 für Masse und Breite einer jeden Resonanz.
- -3 für globale Phasen in den drei unabhängigen inkohärenten Untersummen.
- -4 für Normierung der Amplitudensummen aus den einzelnen Anfangszuständen.

Das bedeutet, daß beispielsweise die vollständige Anpassung (freie Massen und Breiten) für die Hypothese

$$\bar{p}p(0^+, 1^{++}, 2^{++}, 2^+) \rightarrow \pi^0 + [f_0(975), f_0(1365), f_0(1500), f_2(1270)] \quad (5.18)$$

45 freie Parameter bestimmen muß. Typischerweise wurde deswegen versucht, zuerst eine Beschreibung der Daten mit einer reduzierten Hypothese zu erreichen, sei es, daß nicht alle Anfangszustände berücksichtigt wurden, oder daß nur die jeweils niedrigste Partialwelle aus jedem Streuzustand zur Tensor-Produktion beitrug. Unter Vernachlässigung des 1^{++} -Anfangszustandes, der höheren Partialwellen und bei fixierten Massen und Breiten sind in (5.18) nur noch 20 Parameter zu bestimmen.

Die mit Hilfe des Helizitätsformalismus gewonnene Formel für den Wirkungsquerschnitt beschreibt den gesamten Prozeß von der Erzeugung der Resonanz aus einem $\bar{p}p$ -Streuzustand bis hin zu ihrem Zerfall. Mit ihr ist es möglich, eine vollständige Anpassung in allen vier Dimensionen des Phasenraums vorzunehmen. Der entscheidende Nachteil dieses Ansatzes ist die große Zahl unbekannter komplexer Parameter, im wesentlichen der l-Kopplungskonstanten der Partialwellen.

Ein weiterer Nachteil rein technischer Natur ist das Auftreten zahlreicher Interferenzterme, wodurch die Parameter stark miteinander korreliert sind. Auch dies erschwert die Anpassung. Im Bestreben, diese Nachteile zu umgehen, wurden zwei weitere Ansätze benutzt, die vereinfachte Beschreibungen darstellen.

5.3.3. Kanonische Beschreibung der Winkelverteilungen

Eine mögliche Beschreibung der Winkelverteilungen ist der kanonische Formalismus, bei dem die z-Achsen aller Koordinatensysteme parallel zueinander ausgerichtet sind. In der Reaktion $\bar{p}p \rightarrow A+B$ (B habe den Spin 0) seien die sphärischen Winkel für die Flugrichtung des Teilchens A im Schwerpunktsystem definiert wie im Helizitätsformalismus (s.Kap.5.3.1.). Aus dem Schwerpunktsystem der Reaktion mit z-Achse in Strahlrichtung wird in Richtung des Teilchens A rotiert. Dies geschieht durch eine Drehung um den Azimutwinkel Φ um die Strahlachse und einer anschließenden Drehung um den Polarwinkel Θ um die neue y-Achse. Mit einer Lorentz-Transformation der Viererimpulse entlang der neuen z-Achse, der Flugrichtung des Teilchens A, transformiert man in das Ruhesystem von A. Schließlich wird mit einer Rotation um $-\Theta$ und $-\Phi$ das System zurückgedreht (Wick-Rotation). In diesem so gewonnenen kanonischen System sind die Zerfallswinkel θ und

ϕ definiert als Polar- und Azimutwinkel der Flugrichtung eines der Tochterteilchen aus dem Zerfall von A.

Die Projektion λ_i des Gesamtspins J des Proton-Antiproton-Systems kann nur -1, 0 oder 1 sein, da der relative Bahndrehimpuls senkrecht zur Strahlachse steht. Da der $p\bar{p}$ -Anfangszustand unpolarisiert ist, kann keine Interferenz zwischen diesen drei Spineinstellungen stattfinden. Mit l dem Drehimpuls zwischen A und B im Schwerpunktssystem und l_z seiner Projektion auf die z-Achse (=Strahlachse), sowie λ_f der Projektion des Spins s des Teilchens A auf die z-Achse, läßt sich der winkelabhängige Teil der Übergangsamplitude aus einem $p\bar{p}$ -Anfangszustand durch seine Clebsch-Gordan-Zerlegung ausdrücken:

$$|J, \lambda_i\rangle = \sum_{\lambda_f, l_z, l} \langle s \lambda_f l l_z | J \lambda_i \rangle |s, \lambda_f\rangle |l, l_z\rangle \quad (5.19)$$

Der Bahndrehimpuls-Eigenzustand wird durch ein zugeordnetes Legendre-Polynom repräsentiert

$$|l, l_z\rangle = P_l^{l_z}(\Theta, \Phi) , \quad (5.20)$$

der Zerfall des Teilchens A durch

$$|s, \lambda_f\rangle = P_s^{\lambda_f}(\theta, \phi) , \quad (5.21)$$

mit (θ, ϕ) dem Raumwinkel des Zerfalles im Ruhesystem des Teilchens A gemessen.

Da Amplituden zu verschiedenem λ_i inkohärent zum Wirkungsquerschnitt aufaddiert werden, treten in der Summation keine Interferenzterme zu ungleichem λ_f auf. Dies vereinfacht den Formalismus und die Anpassung der Parameter. Ein anschaulicher Grund für diese Inkohärenz ist die Erhaltung der magnetischen Spinquantenzahl $\lambda_i = \lambda_f + l_z$ in der Reaktion, da alle Spins und Bahndrehimpulse auf die gleiche Richtung projiziert werden.

Die kohärente Aufsummierung von Amplituden zu gleichem λ_f ist nur dann korrekt, wenn alle Reaktionen aus interferierenden Anfangszuständen ohne relative Phase stammen. Da diese Formulierung aber über alle möglichen Anfangszustände des $p\bar{p}$ -Systems summiert, muß die Summe sowohl kohärente Anteile mit unterschiedlichen Phasen als auch inkohärente Anteile berücksichtigen. Die Näherung des Verfahrens besteht darin, den Betrag des Interferenztermes zweier Amplituden zu gleichem λ_f zusätzlich frei anzupassen. Dies soll am Beispiel zweier Amplituden A und B deutlich gemacht werden. Anstatt lediglich zwei komplexe Vorfaktoren zu bestimmen, oder äquivalent zwei reelle Vorfaktoren a und b und die relative Phase φ_{ab} , wird nun ein weiterer Parameter c_{ab} eingeführt:

$$I = a^2|A|^2 + b^2|B|^2 + c_{ab} ab (\cos \varphi_{ab} \Re(AB^*) + \sin \varphi_{ab} \Im(AB^*)) , \quad (5.22)$$

wobei der neue Parameter c_{ab} nur Werte von -2 bis +2 annehmen kann. Wie es sich herausstellen wird, ist diese vereinfachende Annahme, daß sich die auftretenden Interferenzmuster im Dalitz-Plot so beschreiben lassen, nicht immer anwendbar.

Zur Veranschaulichung ist hier als Beispiel die Intensität für den Fall der Produktion eines Skalars und eines Tensors gerechnet:

$$I = a_0^2 |\Delta_{f_2} P_2^0|^2 + a_1^2 |\Delta_{f_2} P_2^1|^2 + a_2^2 |\Delta_{f_2} P_2^2|^2 + b_0^2 |\Delta_{f_0} P_2^0|^2 + c_{ab,0} a_0 b_0 |P_2^0|^2 (\cos \varphi_{ab} \Re(\Delta_{f_2} \Delta_{f_0}^*) + \sin \varphi_{ab} \Im(\Delta_{f_2} \Delta_{f_0}^*)) \quad (5.23)$$

Δ_f bezeichnet die Breit-Wigner-Amplituden. Die erste Zeile in Gl. 5.23 ist die Intensität für f_2 -Produktion und Zerfall, die zweite Zeile beschreibt den Übergang mit einem f_0 als Zwischenzustand. In der dritten Zeile steht der Ausdruck für die Interferenz zwischen beiden Amplituden mit dem Parameter c_{ab} als skalierendem Vorfaktor.

5.3.4. Anpassung der Parameter in der kanonischen Formulierung

Der kanonische Formalismus wurde bei der Beschreibung der Daten aus der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \eta$ bei 1940 MeV/c benutzt. Die Stärke dieser Methode liegt in der kleineren Anzahl freier Parameter. Für jede angenommene Resonanz mit Spin σ gibt es $\sigma+1$ reelle Parameter. Zusätzliche Parameter kommen hinzu, wenn Interferenzen berücksichtigt werden, wodurch die relative Phase zwischen zwei Amplituden und die Größe des Interferenzterms angepaßt werden müssen. Interferenzterme werden selektiv nur dort zugelassen, wo entweder Interferenzen zwischen Bändern im Dalitz-Plot direkt sichtbar sind, oder, zu einer späteren Phase der Anpassung da, wo Interferenzterme überhaupt noch signifikant beitragen können. Für die Hypothese (5.18) bedeutet das 6 freie Parameter ohne Interferenzen. Massen und Breiten von Resonanzen werden bei dieser Methode aus programmier-technischen Gründen stets fixiert und müssen von Hand variiert werden. Hierzu kommen bis zu 6 weitere reelle Parameter, um alle Interferenzstärken anzupassen, weitere 3 für die relative Phasen und noch zusätzliche 6, um die Kohärenz der Amplituden jeweils eines Zwischenzustandes miteinander zu adjustieren. Die Anzahl der Parameter ist unabhängig von den angenommen beitragenden $p\bar{p}$ -Streuzuständen.

5.3.5. Operatorentwicklung

In der sogenannten Operatorentwicklung[61] wurde versucht, die Resonanzproduktion aus $p\bar{p}$ -Streuwellen möglichst allgemein zu beschreiben. Dieses Verfahren wurde für den Endzustand $3\pi^0$ bei 1940 MeV/c verwendet. Hier treten zwei Typen von Reaktionen auf,

$$\begin{aligned} p\bar{p} &\rightarrow f_0 \pi^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0 \text{ und} \\ p\bar{p} &\rightarrow f_2 \pi^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0 \end{aligned}$$

Zuerst werden die Amplituden für Übergänge aus den niedrigsten Partialwellen konstruiert, die höheren Partialwellen werden dann durch eine Potenzreihenentwicklung beschrieben. Die Konstruktion verlangt die Bildung von Lorentz-Tensoren für das $p\bar{p}$ -System, das $f\pi^0$ -System und den Zerfall $f \rightarrow \pi^0 \pi^0$ mit den jeweils Spin und Parität entsprechenden Transformationseigenschaften. Diese werden ausgedrückt durch die Vierer-Impulse der am Teilprozeß beteiligten Teilchen. Nach Kontraktion über alle ko- und kontravarianten Indizes erhält man eine Lorentz-invariante Übergangsamplitude.

Da Spinsingulett und Spintriplett Streuzustände nicht miteinander interferieren, müssen diese Fälle für jede der Reaktionstypen getrennt betrachtet werden. Für den Fall der f_0 -Produktion aus dem $J^{PC} = 0^{++}$ Zustand des $p\bar{p}$ -Systems ergibt sich die Amplitude zu

$$T_{f_0, k}^{S0} = \psi(-p_2) \gamma_5 \psi(p_1) g_{f_0}^{S0} R_k, \quad (5.24)$$

mit $R_k = \frac{1}{M^2 - s_{ij} - i\Gamma M}$ dem Breit-Wigner Propagatorterm, i, j, k sind die Indizes der drei Pionen,

M die zentrale Masse der Resonanz, Γ ihre nominale Zerfallsbreite und s_{ij} das Quadrat der invarianten Masse des Pionenpaares (ij), $s_{ij} = (k_i + k_j)^2$, k_i der Vierer-Impuls des Pions i . p_1 und p_2 sind die Vierer-Impulse von Proton und Antiproton, ψ die dazugehörige Wellenfunktion (Spinor). $g_{f_0}^{S0}$ ist eine phänomenologische komplexe Konstante, die durch die Anpassung an experimentelle Daten bestimmt werden muß. Um zusätzliche Übergänge aus höheren $S = 0$ $p\bar{p}$ -Zuständen zu beschreiben, wird die Kopplung $g_{f_0}^{S0}$ ersetzt durch

$$g_{f_0}^{S0} \rightarrow G_{f_0, k}^S = g_{f_0}^{S0} + g_{f_0}^{S2} (pk_k)^2 + g_{f_0}^{S4} (pk_k)^4 + \dots, \quad (5.25)$$

mit $p = p_1 - p_2$. Die Ordnung der Entwicklung entspricht den darin enthaltenen Streuwellen, d.h. durch Hinzufügen des quadratischen Terms zu Gl. 5.24 wird der Übergang aus $J^{PC} = 0^{++}$ und

$J^{PC} = 2^+$ beschrieben. Wird dazu der Term $g_{f_0}^{S4} (pk_k)^4$ hinzugefügt, beschreibt die Amplitude die Übergänge aus $J^{PC} = 0^+, 2^+$ und 4^+ . Alle Kopplungskonstanten sind i.a. komplex, da sie sowohl Wechselwirkungen im Anfangszustand als auch Rückstreuung im Endzustand implizit enthalten. In guter Näherung sind die Kopplungen als konstant über die Breite einer Resonanz anzusehen. Die Abhängigkeit der Konstanten von der $p\bar{p}$ -Schwerpunktsenergie $s = (p_1 + p_2)^2$ kann außer Acht gelassen werden, weil s experimentell fixiert ist. Wie in den anderen Formulierungen, addieren sich die Amplituden für die verschiedenen $\pi^0\pi^0$ -Kombinationen und für alle Resonanzen kohärent auf:

$$T_{f_0}^S = \bar{\Psi}(-p_2) \gamma_5 \Psi(p_1) \sum_r^{\text{Resonanzen}} \sum_k^{\text{Kombinationen}} G_{f_0, k}^S R_{r, k}. \quad (5.26)$$

Die Übergangsamplitude für die f_0 -Produktion aus Spin = 1 Streuzuständen, wird aus der Amplitude für $J^{PC} = 1^{++}$ entwickelt:

$$T_{f_0, k}^{T0} = \Psi(-p_2) \varepsilon^{\alpha\beta\nu\mu} p_{1\alpha} p_{2\beta} \gamma_\nu \Psi(p_1) g_{f_0}^{T0} K_{k\mu} R_k, \quad (5.27)$$

mit dem relativen Impuls zwischen Rückstoß-Pion k und Resonanz $K_k = k_k - k_i - k_j - \frac{m_\pi^2 - s_{ij}}{s} P$,

$$P = p_1 + p_2 = k_1 + k_2 + k_3.$$

Für die Produktion von Tensor-Resonanzen aus $S = 0$ Streuwellen muß wegen mehrerer möglicher Bahndrehimpulse zwischen π^0 und f_2 eine weitere Fallunterscheidung für die niedrigsten Partialwellen vorgenommen werden.

$$\text{a) } J^{PC} = 2^+ \rightarrow 1 = 0$$

$$\text{b) } J^{PC} = 0^+ \rightarrow 1 = 2$$

$$\text{c) } J^{PC} = 2^+ \rightarrow 1 = 2$$

Die dazugehörigen Amplituden lauten

$$T_{f_2, k}^{S, a0} = \Psi(-p_2) \gamma_5 \Psi(p_1) D^{\mu\nu}(p) g_{f_2}^{S, a0} D_{\mu\nu, k} R_k, \quad (5.28)$$

wobei $D_{\mu\nu}(p)$ die D-Welle im Anfangszustand beschreibt mit $D_{\mu\nu}(p) = p_\mu p_\nu - \frac{1}{3} p^2 g_{\mu\nu}^{\perp P}$,

$g_{\mu\nu}^{\perp P} = g_{\mu\nu} - \frac{P_\mu P_\nu}{s}$ und entsprechend $D_{\mu\nu, k}$ die D-Welle im Zerfall $f_2 \rightarrow \pi_i \pi_j$,

$$T_{f_2, k}^{S, b0} = \Psi(-p_2) \gamma_5 \Psi(p_1) g_{f_2}^{S, b0} D^{\mu\nu}(K_k) D_{\mu\nu, k} R_k \quad (5.29)$$

und

$$T_{f_2, k}^{S, c0} = \Psi(-p_2) \gamma_5 \Psi(p_1) D^{\alpha\mu}(p) g_{f_2}^{S, c0} D_\mu^\nu(K_k) D_{\alpha\nu, k} R_k. \quad (5.30)$$

Die Verallgemeinerung zu höheren Partial- und Streuwellen geschieht ebenfalls durch Entwicklung der Kopplungen g nach geraden Potenzen in (pk_k) .

Ausgangspunkte für die Konstruktion der Übergangsamplituden für f_2 -Produktion aus Spintriplett-Streuwellen ($S = 1$) sind die Amplituden für die Partialwellen

$$J^{PC} = 1^{++}, L = 1 \rightarrow 1 = 1$$

$$J^{PC} = 2^{++}, L = 1 \rightarrow 1 = 1$$

$$J^{PC} = 1^{++}, L = 1 \rightarrow 1 = 3$$

$$J^{PC} = 2^{++}, L = 1 \rightarrow 1 = 3$$

$$J^{PC} = 2^{++}, L = 3 \rightarrow 1 = 1$$

$$J^{PC} = 3^{++}, L = 3 \rightarrow 1 = 1$$

$$J^{PC} = 2^{++}, L = 3 \rightarrow 1 = 3$$

Das Verfahren zur Gewinnung der Übergangsamplituden erfolgt nach demselben Schema, ist aber zur Zeit noch nicht vollständig ausgearbeitet.

Mit der Methode der Operatorentwicklung, zunächst beschränkt auf $S = 0$ Streuwellen für die Tensorproduktion, wurde versucht, die Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ beim maximalen Antiproton-Strahlimpuls von 1940 MeV/c zu beschreiben. Die beste Anpassung an die volle Statistik benötigte mehr als eine Woche der vollen Rechenleistung eines IBM-RS6000/590 Computers. Der erzielte Wert für das reduzierte χ^2 im Dalitz-Plot von 2.5 bei insgesamt 32 freien Parametern ist nicht zufriedenstellend. Außerdem weisen die Massen und Breiten der Resonanzen in der Hypothese (ein Tensor, drei Skalare) nach der Anpassung Werte auf, die fernab der physikalischen Realität liegen. Eine Verbesserung kann nur durch Berücksichtigung der Amplituden für die f_2 -Produktion aus Spintriplett-Anfangszuständen erreicht werden, was gegenwärtig versucht wird.

5.3.6. Vergleich der Methoden

Es gibt viele Formalismen, in denen sich eine vollständige Beschreibung der Annihilation von Proton-Antiproton im Fluge in einen Drei-Körper-Endzustand aufstellen läßt. Ob nun der Helizitätsformalismus, die kanonische Formulierung oder andere Ansätze benutzt werden, eine Winkelverteilung herzuleiten, das Ergebnis ist das gleiche. Für diese Analyse bot der Helizitätsformalismus den einfachsten Weg. Dank der eindeutigen Verbindung zwischen Helizitätsamplituden und Partialwellenamplituden (Gl. 5.10) lassen sich viele Symmetrien ausnutzen, um die Anzahl freier Parameter zu reduzieren.

Wird nun jedoch über alle Anfangszustände summiert, geht dieser Zusammenhang mit den Partialwellenamplituden verloren, und damit auch die Attraktivität des Helizitätsformalismus. Hier bietet die kanonische Formulierung entscheidende Vorteile, da weitaus weniger Interferenzterme auftreten können. Diese lassen sich gezielt durch den oben beschriebenen Ansatz der anzupassenden Interferenzstärke kontrollieren. So können auch Interferenzterme, die a priori erlaubt sind, zusätzlich unterdrückt werden, wenn beispielsweise bei sich nicht kreuzenden Bändern im Dalitz-Plot für die dazugehörigen Resonanzen nur vernachlässigbar schwache Interferenzterme angenommen werden.

5.4. Anpassung

Die Anpassung der Modelle an die Daten wurde mit der Methode der *maximum likelihood* durchgeführt.

Sei p die Wahrscheinlichkeit, ein Ereignis am Ort τ im Phasenraum zu beobachten, so ergibt sich die Wahrscheinlichkeit P eines Ensembles von n unabhängigen Ereignissen als das Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten multipliziert mit $n!$, wenn die Reihenfolge der Ereignisse keine Rolle spielt. Da die Wahrscheinlichkeit proportional zur Intensitätsverteilung ist, definiert man die Likelihood entsprechend:

$$L = n! \prod_{i=1}^n \frac{w(\tau_i, \vec{x}) \varepsilon(\tau_i)}{\int w(\tau_i, \vec{x}) \varepsilon(\tau_i) d\tau} \quad (5.31)$$

Hierbei ist w die Intensitätsverteilung und das Integral im Nenner erstreckt sich über den gesamten vierdimensionalen Phasenraum. Das Produkt erstreckt sich über alle gemessenen Ereignisse i mit

den jeweiligen Phasenraumkoordinaten τ_i . Das Integral wird benötigt, um die Gewichtsfunktion zu normieren. Die Beiträge von Detektorakzeptanz und Rekonstruktionseffizienz sind durch ε dargestellt, die Menge der Parameter, welche die Gewichtsfunktion definieren, durch \vec{x} . Da das Produkt vieler Wahrscheinlichkeiten eine mit numerischen Methoden kaum von Null unterscheidbare Zahl ist, definiert man den negativen natürlichen Logarithmus der Likelihood, die *negative log likelihood*

$$\text{NLL} = -\log L. \quad (5.32)$$

Die Methode der Analyse ist die Beschreibung der Daten mit Hilfe einer Ereignisdichtefunktion durch das Anpassen der darin enthaltenen Parameter \vec{x} . Zu diesem Zweck wird ein Minimum von NLL gesucht. Das analytisch nicht bestimmbar Phasenraumintegral $\Theta = \int w(\tau, \vec{x}) \varepsilon(\tau) d\tau$ wird dazu numerisch durch die Summation der Gewichte von Monte Carlo Ereignissen genähert. Da diese den gleichen Einflüssen von Akzeptanz und Effizienz unterliegen wie gemessene Daten, ist ε bereits implizit in der Summation berücksichtigt. Sei m die Anzahl der Monte Carlo Ereignisse, dann ergibt sich die Näherung zu

$$\Theta \cong \frac{n}{m} \sum_{j=1}^m w(\tau_j^{\text{MC}}, \vec{x}) = \frac{n}{m} \Phi. \quad (5.33)$$

Unter Vernachlässigung aller konstanten Terme vereinfacht sich die Formel zur Berechnung von NLL:

$$\text{NLL} = -\sum_{i=1}^n \log(w(\tau_i, \vec{x})) + n \log\left(\frac{\Phi}{m}\right). \quad (5.34)$$

Die Effizienz ist unabhängig von den Parametern \vec{x} und trägt daher zum Optimierungsprozeß nicht bei. Da die Gesamtzahl der gemessenen Ereignisse auch mit einem statistischen Fehler behaftet ist, wird die generalisierte Likelihood definiert, die der Anpassung einerseits mehr Freiheit gibt, andererseits das Phasenraumintegral absolut normiert.

$$L_G = e^{-\frac{(n-\Theta)^2}{2n}} L \quad (5.35)$$

Nach Vernachlässigung aller konstanten Terme wurde folgender Ausdruck in der Anpassung minimiert:

$$\text{NLL} = \frac{n}{2} \left(\frac{\Phi}{m} - 1\right)^2 - \sum_{i=1}^n \log(w(\tau_i, \vec{x})) + n \log\left(\frac{\Phi}{m}\right). \quad (5.36)$$

Im Falle der Konvergenz wird $\Phi = m$ und der erste und dritte Term in Gl. 5.36 verschwinden.

Eine Verbesserung der NLL um 0.5 bei einer Erweiterung der Test-Hypothese um r freie Parameter entspricht einer Änderung der Test-Größe χ^2 zu r Freiheitsgraden von 1. Damit kann eine Reduzierung der NLL um mehr als 0.5 pro hinzugenommenen freien Parameter als signifikant angesehen werden (eine Standardabweichung). Ähnlich verhält es sich mit der Möglichkeit, den Fehler eines durch die Anpassung bestimmten Parameters abzuschätzen. In der unmittelbaren Umgebung um den Wert sollte sich die NLL-Funktion bei Fixierung aller anderen Parameter wie eine Parabel verhalten. In einem Abstand von einer Standardabweichung σ ergibt die NLL zu beiden Seiten des Wertes einen um 0.5 höheren Wert $\text{NLL}+0.5$, im Abstand von 2σ ergibt sich $\text{NLL} + 2$.

Das Anpassen der freien Parameter durch Minimierung der negativen logarithmischen Likelihood (NLL) wurde durch deterministische Algorithmen erreicht, die im Programmpaket MINUIT[74] implementiert sind. Für die Hypothesen, die im Helizitätsformalismus formuliert sind, und für die Anpassung im Rahmen der Operatorentwicklung wurde das MIGRAD-Verfahren gewählt. Dabei werden am Startpunkt die ersten und zweiten Ableitungen der NLL-Funktion numerisch bestimmt. Durch diese wird die Funktion in diesem Punkt durch eine Parabel genähert. Das Minimum der

Parabel ist dann Startpunkt der nächsten Iteration. Hat die Parabel kein Minimum, wird positive Definitheit der Hesse-Matrix durch Erhöhung ihrer Diagonalelemente erzwungen. Die Anpassung gilt als konvergent abgeschlossen, wenn der aus diesem Ansatz heraus geschätzte Abstand vom Funktionswert zum Funktionswert am wahren Minimum einen Schwellenwert unterschreitet. Für Anpassungen in der Beschreibung des kanonischen Formalismus wurde das FUMILI-Verfahren gewählt.

In allen Verfahren war eine gleichzeitige Anpassung sämtlicher Parameter nicht möglich. Vielmehr mußte ausgehend von einfachen Hypothesen zuerst versucht werden, die dominanten Strukturen in den Daten zu beschreiben. Massen und Breiten von Resonanzen wurden grundsätzlich solange auf geschätzte Startwerte fixiert, bis eine hinreichend gute Beschreibung der Winkelverteilungen erreicht worden war.

6. Ergebnisse

6.1. Die Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ bei 600 MeV/c

6.1.1. Beschreibung im Helizitätsformalismus

Der Fortgang der Analyse ist in Tabelle 6.2 auf Seite 57 dargestellt und im Folgendem im Detail beschrieben. Die der Analyse zu Grunde liegenden Daten sind in Kap. 4.4.5. auf Seite 37, der Formalismus in Kap. 5.3.1. dargestellt.

Wie aus Abbildung 4.13 ersichtlich, nehmen an der Reaktion die Zwischenzustände $f_2(1270)$ und eine Resonanz bei 1500 MeV/c² teil. Die flache Verteilung der Einträge im Dalitz-Plot entlang dieser Struktur weist auf ein skalares Teilchen hin. Die einfachste Hypothese testet die Möglichkeit, diesen Endzustand mit $f_2(1270)$ - und $f_0(1500)$ -Produktion zu beschreiben, zumal das $f_0(1500)$ bereits aus der $p\bar{p}$ -Vernichtung in Ruhe bekannt ist. Aus einer Abschätzung der beitragenden Drehimpulse im Anfangszustand (s.Tab. 5.2) werden in der Hypothese die $p\bar{p}$ -Streuzustände 0^+ , 1^{++} , 2^{++} und 2^+ berücksichtigt. Wie bereits im vorangehenden Kapitel beschrieben, beschränkt sich diese einfache Hypothese auf die jeweils niedrigsten Partialwellen und paßt lediglich Helizitätsamplituden, nicht aber Massen und Breiten der Zwischenzustände an. Das Ergebnis dieses Versuchs ist in Abbildung 6.1 dargestellt.

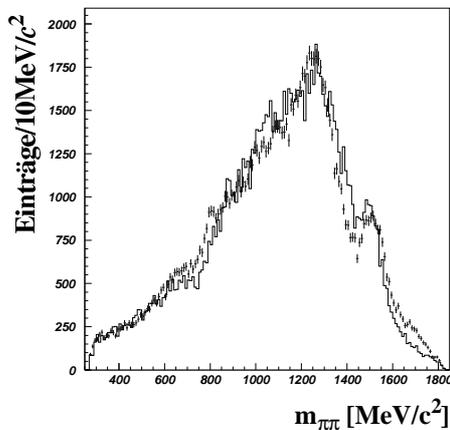


Abbildung 6.1: Anpassung mit der einfachsten Hypothese. Das Bild zeigt das Resultat der Anpassung im Spektrum der $\pi^0 \pi^0$ -invarianten Masse. Die Verteilung der gemessenen Daten ist durch Fehlerbalken dargestellt. Das Massenspektrum läßt erkennen, daß diese Beschreibung unzulänglich ist.

In der Projektion der invarianten Pion-Pion-Masse ist deutlich zu erkennen, daß insbesondere der hochenergetische Teil des Spektrums nicht beschrieben werden kann.

Das reduzierte χ^2 für den Dalitz-Plot beträgt 6.8, der Wert der negativen logarithmischen Likelihood $NLL = -7520.8$. Massen und Breiten der beiden Resonanzen waren dabei festgelegt auf 1270 MeV/c² bzw. 185 MeV/c² für das $f_2(1270)$ und 1500 MeV/c² bzw. 100 MeV/c² für das $f_0(1500)$. Relevant für den Vergleich der Hypothesen ist die Differenz in der negativen logarithmischen Likelihood, nicht der χ^2 -Wert. Das χ^2 bezieht sich nur auf die Beschreibung des Dalitz-Plots, der eine Projektion des vierdimensionalen Phasenraums darstellt. Deswegen ist der χ^2 -Wert nicht exakt berechnet worden. Die sechsfache Symmetrie und die mehrfachen Einträge in Zellen entlang der Symmetrieachsen des Dalitz-Plots sind hierbei nicht berücksichtigt worden.

Der nächste Schritt ist die Erweiterung dieser Hypothese auf alle möglichen Partialwellen, d.h. es werden auch höhere Bahndrehimpulse zwischen $f_2(1270)$ und Rückstoßpion zugelassen. Das Resultat ist eine NLL von -8516.7 und ein reduziertes χ^2 des Dalitz-Plots von 4.9. Werden von dieser Lösung ausgehend Massen und Breiten der Resonanzen für die Anpassung freigegeben, ergibt dies eine Verbesserung der NLL auf -9001.7 bei einem Wert für das χ^2 von 3.5 (s. Abb. 6.2).

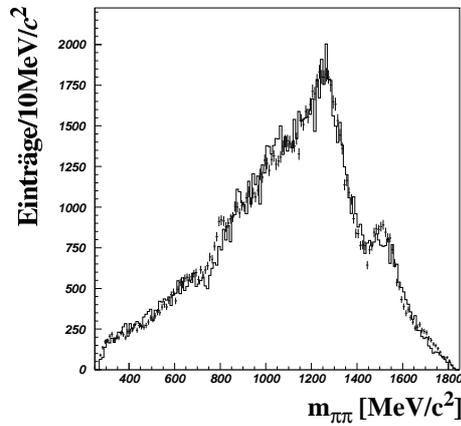


Abbildung 6.2: Die einfachste Hypothese mit allen Partialwellen, freien Massen und Breiten. Mit einem $f_2(1270)$ und einem $f_0(1500)$ läßt sich dieser Datensatz nicht beschreiben.

Nicht nur diese Werte und der offensichtliche Unterschied zwischen gemessenen und angepaßten Spektren machen dieses Resultat unzureichend. Die Breite des $f_0(1500)$ wird in dieser Anpassung zu $242 \text{ MeV}/c^2$ bestimmt. Eine viel zu große Breite einer Resonanz weist oft darauf hin, daß die Optimierung der NLL versucht, damit andere Effekte zu beschreiben. So gelingt es dieser Anpassung durch die große Breite des $f_0(1500)$ den hochenergetischen Teil des invarianten Massenspektrums recht gut zu beschreiben, das eigentliche Signal jedoch des $f_0(1500)$ sieht in den gemessenen Daten und der Anpassung deutlich verschieden aus.

Eine wesentliche Verbesserung wird durch Hinzunahme einer 2^{++} -Resonanz erreicht. Die Idee hinter dieser Hypothese stammt aus der Ambiguität in der Beschreibung der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$ in Ruhe bei invarianten $\pi^0\pi^0$ -Massen um $1500 \text{ MeV}/c^2$. Neben dem Signal des $f_0(1500)$ ist Intensität im Dalitz-Plot dieser Reaktion zu erkennen, die entweder der niederenergetischen $(\pi^0\pi^0)_S$ -Streuung zugeschrieben werden kann oder einer Tensor-Resonanz, dem $f_2(1515)$ [75].

Ausgehend von einem $f_2(1270)$ mit einer Masse von $1270 \text{ MeV}/c^2$ und einer Breite von $185 \text{ MeV}/c^2$, einem $f_0(1500)$, $M = 1500 \text{ MeV}/c^2$, $\Gamma = 100 \text{ MeV}/c^2$ und einer Tensorresonanz f_2' , $M = 1540 \text{ MeV}/c^2$, $\Gamma = 150 \text{ MeV}/c^2$ kann bei fixierten Massen und Breiten $NLL = -9280$ erreicht werden. Die Variation der drei Resonanzmassen bewirkt eine weitere signifikante Verbesserung der NLL auf -9475.1, wobei die Werte zu 1257, 1533 und $1620 \text{ MeV}/c^2$ bestimmt werden. Die zusätzliche Variation der Resonanzbreiten resultiert in einer NLL von -9510.8 und einem reduziertem χ^2 von 1.64 bei insgesamt 44 freien Parametern.

Massen und Breiten sowie die Anteile der Resonanzproduktionen aus den einzelnen Anfangszuständen sind in Tabelle 6.1 aufgelistet. Dafür wurden die Amplituden aller Resonanzbeiträge aus einem Anfangszustand jeweils für dessen mögliche Helizitätsunterzustände v getrennt kohärent aufsummiert, um die relativen Anteile der Anfangszustände zu bestimmen. Die Summation erfolgte in allen Fällen über Phasenraum-verteilte $3\pi^0$ -Monte-Carlo-Ereignisse ohne Simulation des Detektors. Für die Bestimmung der Resonanzanteile wurden jeweils alle zur Resonanz beitragenden Amplituden nach den Regeln des Helizitätsformalismus teils kohärent, teils inkohärent aufsummiert. Die Anteile der Beiträge von Amplituden einzelner Resonanzen aus diskreten Partialwellen wurden jede für sich ohne Berücksichtigung von Interferenzen mit anderen Amplituden betrachtet und auf die inkohärente Summe normiert.

		$f_2(1270)$	$f_0(1500)$	f_2'	Anteil des Anfangszustands
Masse		$1260 \pm 2 \text{ MeV}/c^2$	$1534 \pm 2 \text{ MeV}/c^2$	$1640 \pm 4 \text{ MeV}/c^2$	
Breite		$179 \pm 4 \text{ MeV}/c^2$	$131 \pm 4 \text{ MeV}/c^2$	$169 \pm 8 \text{ MeV}/c^2$	
1S_0		4.2%	19.0%	1.1%	26.1%
3P_1	$l = 1$	0.2%	6.6%	0.1%	7.4%
	$l = 3$	0.5%		0.2%	
3P_2	$l = 1$	25.2%		10.4%	36.1% (0.39)
	$l = 3$	1.3%		1.1%	
1D_2	$l = 0$	27.1%		0.8%	30.4%
	$l = 2$	1.9%	0.1%	0.1%	
	$l = 4$	0.2%		< 0.1%	
Anteil		60.8%	24.6%	14.6%	

Tabelle 6.1: Ergebnis der Anpassung der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ bei 600 MeV/c. Die Tabelle zeigt die resultierenden relativen Anteile der beteiligten Partialwellen sowie Massen und Breiten der Resonanzen mit den Fehlern aus der Anpassung. Darunter sind die relativen Anteile nach Anfangszustand und Partialwelle getrennt gelistet. Der Wert in Klammern in der letzten Spalte für den Anfangszustand 3P_2 bezeichnet den relativen Anteil der Intensität aus dem Helizitätsunterzustand $v = 0$.

Dalitz-Plot, Spektrum der invarianten Masse und Verteilung des Produktionswinkels für verschiedene Massenbereiche zeigt Abbildung 6.3. Als einzige Hypothese vermag es diese Anpassung, gleichzeitig die Ereignisdichte bei hohen und bei niedrigen Massen und die dominanten Signale mit ihren Winkelverteilungen zu beschreiben.

Ein Versuch, die Daten mit einer neuen skalaren Resonanz anstelle des Tensors zu beschreiben, resultiert in einer NLL von -9240.1 und einem reduziertem $\chi^2 = 2.7$ im Dalitz-Plot. Das Ergebnis dieser Anpassung ist in Abbildung 6.4 dargestellt. Masse und Breite des zusätzlichen Skalars werden dabei zu $1685 \text{ MeV}/c^2$ und $277 \text{ MeV}/c^2$ bestimmt, wobei diese Werte aus der Anpassung mit großen Unsicherheiten hervorgehen. Die Breite des $f_0(1500)$ erreicht dabei den Wert $88 \text{ MeV}/c^2$, der nicht mit anderen Messungen, wie etwa der aus der Analyse des $3\pi^0$ -Endzustandes aus der $p\bar{p}$ -Annihilation in Ruhe übereinstimmt.

In Abbildung 6.5 ist die χ^2 -Verteilung für die beste Anpassung im Dalitz-Plot dargestellt. Links im Bild die Bereiche mit einem $\chi^2 > 4$ für den Fall, daß die angepaßte Intensität höher ist als die gemessene, rechts der umgekehrte Fall. Es sind keinerlei Strukturen in diesen Bildern zu erkennen, sodaß es keine Bereiche zu geben scheint, die deutlich schlechter oder besser beschrieben werden als andere.

In Abbildung 6.6 sind die Beiträge der einzelnen Anfangszustände als Dalitz-Plots dargestellt. Die Beiträge der drei Resonanzzustände zeigt Abbildung 6.7.

6.1.2. Beschreibung in der kanonischen Formulierung

Eine Beschreibung der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ bei 600 MeV/c mit Hilfe der kanonischen Formulierung (s. Kap. 5.3.3.) gelang nicht. Als Ursache hierfür wird angenommen, daß in dieser Situation mit wenigen Anfangszuständen Interferenzen eine wichtige Rolle spielen, die durch die vereinfachende Beschreibung nicht nachvollzogen werden können.

Zum Wirkungsquerschnitt tragen vier nicht kohärente Gruppen von Amplituden bei (Gl. 5.17). Dies sind die Gruppe der Amplituden aus Spin-Singulett Anfangszuständen und die Gruppen der Amplituden aus den Spin-Triplett Streuzuständen zu den drei möglichen Helizitätsuntereinstellungen -1, 0 und +1. Aus Tabelle 6.1 ist ersichtlich, daß zu jeder dieser Gruppen im wesentlichen nur ein

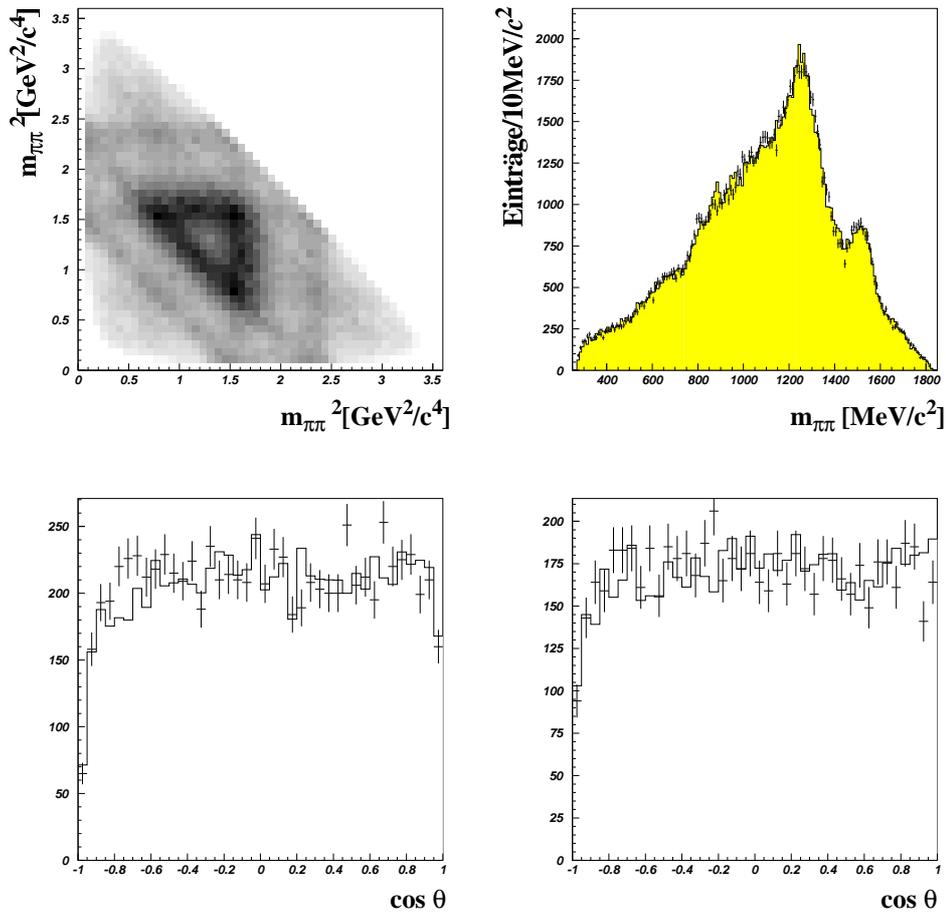


Abbildung 6.3: Spektren aus der besten Anpassung. Links oben der angepaßte Dalitz-Plot, rechts daneben das Spektrum der invarianten $\pi^0\pi^0$ -Masse. Die gemessenen Daten sind durch Fehlerkreuze repräsentiert, die durchgezogene Linie zeigt das Ergebnis der Anpassung. In der unteren Reihe sind die Verteilungen des Kosinus des Produktionswinkels für die $\pi^0\pi^0$ -Massenbereiche 1450 MeV/c² - 1550 MeV/c² und 1550 MeV/c² - 1750 MeV/c² wiedergegeben.

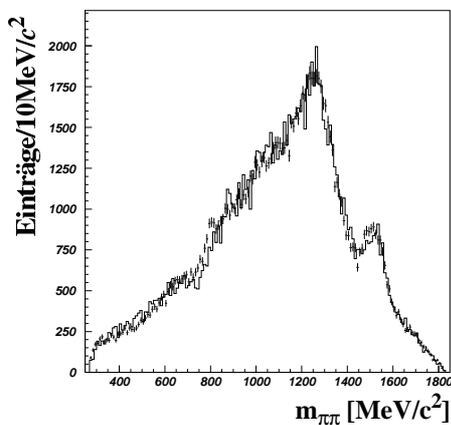


Abbildung 6.4: Ergebnis der Spin-0 Hypothese für den dritten Zwischenzustand. Mit dieser Hypothese läßt sich das invariante Massenspektren bis auf den niederenergetischen Teil sehr gut beschreiben.

	Parameter	Hypothese	NLL	red. χ^2
f_2, f_0	14	$^1S_0, ^3P_1, ^3P_2, ^1D_2$ $f_2(1270), f_0(1500)$ nur jeweils niedrigste Partialwelle	-7520.8	6.8 (s.Abb.6.1)
	22	alle Partialwellen	-8516.7	4.9
	26	Massen und Breiten	-9001.7	3.5 (s.Abb.6.2)
f_2, f_0, f_0'	28	$^1S_0, ^3P_1, ^3P_2, ^1D_2$ $f_2(1270), f_0(1500), f_0'$ alle Partialwellen	-9024.2	
	31	Massen	-9216.0	
	34	Breiten	-9240.1	2.7 (s.Abb.6.4)
f_2, f_0, f_2'	38	$^1S_0, ^3P_1, ^3P_2, ^1D_2$ $f_2(1270), f_0(1500), f_2'$ alle Partialwellen	-9280.0	
	41	Massen	-9475.1	
	44	Breiten	-9510.8	1.64 (s.Abb.6.3)

Tabelle 6.2: Ergebnisse der Anpassungen unterschiedlicher Hypothesen. Die Daten erfordern die Hinzunahme einer weiteren 2^{++} -Resonanz. Ein skalares Teilchen stattdessen kann die gemessenen Daten nicht beschreiben.

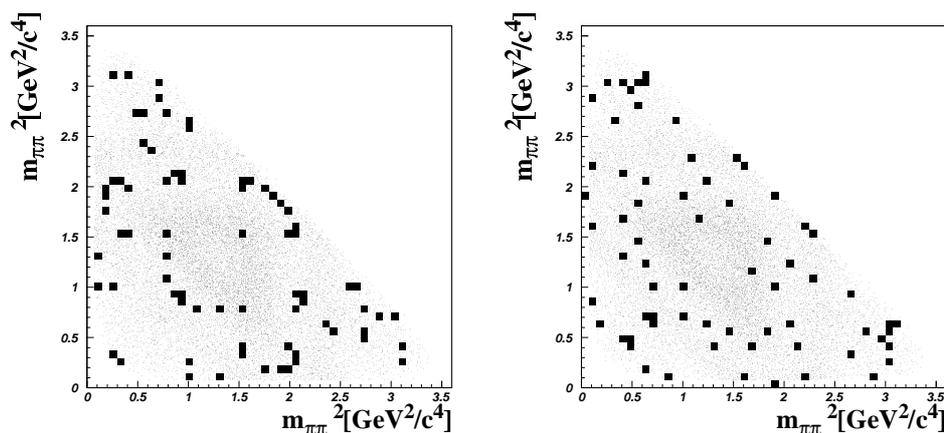


Abbildung 6.5: χ^2 -Verteilung im Dalitz-Plot. Zellen mit einem χ^2 größer als 4 entsprechend drei Standardabweichungen sind schwarz gefärbt. Das linke Bild zeigt Zellen mit mehr Intensität in der Anpassung als in den gemessenen Daten, das rechte Bild solche, in denen die gemessene Verteilung mehr Intensität erkennen läßt als die Anpassung. Im Hintergrund ist der gemessene Dalitz-Plot dargestellt.

Anfangszustand beiträgt, die Spin-Singulett Zustände ausgenommen, doch aus den beiden Streuzuständen werden vornehmlich nicht die gleichen Resonanzen produziert. Das bedeutet, daß innerhalb jeder dieser Gruppen annähernd maximale Kohärenz vorliegt. Die Amplitudensummen dieser vier Gruppen addieren sich inkohärent, so daß komplexe Interferenzmuster entstehen. Diese sind nur durch eine vollständigen und exakten Ansatz zu beschreiben. Die Vereinfachung der maximalen Kohärenz aller Amplituden bei variierbarer Interferenzstärke versagt hier.

Anders ist die Situation bei hohen Strahlimpulsen. Da nun zu jede der vier Amplitudengruppen viele Anfangszustände mit unterschiedlichen Phasen beitragen, geht die Kohärenz weitgehend verloren, die Interferenzterme heben sich weg. Eine anschauliche Parallele bietet die Streuung von Licht an unregelmäßigen Objekten[76]. Auch dabei resultiert die Streuung an vielen Zentren in vielen Pha-

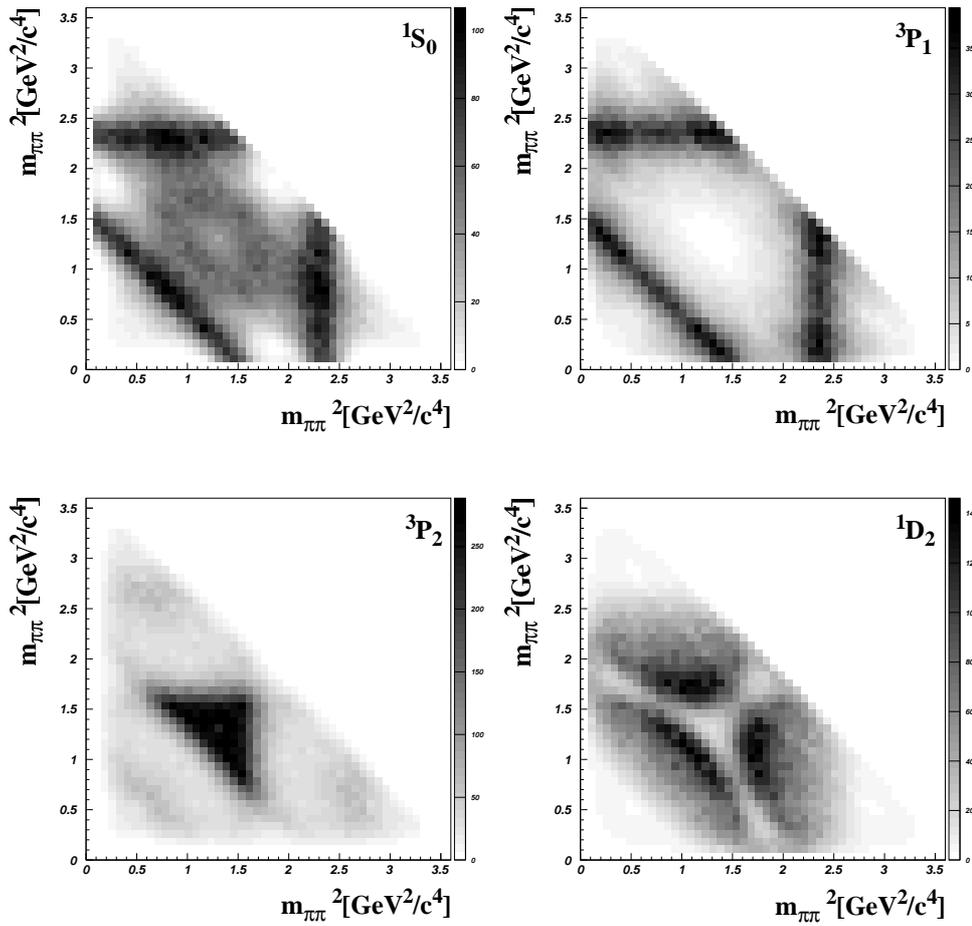


Abbildung 6.6: Beiträge der Anfangszustände in der besten Anpassung. Deutlich zu erkennen ist, daß zum 3P_1 im wesentlichen nur das $f_0(1500)$ beiträgt, wohingegen der 1D_2 Streuzustand von der $f_2(1270)$ -Produktion dominiert wird. Die Signale des $f_2(1640)$ zeigen sich in 3P_2 in den Ecken des Dalitz-Plots.

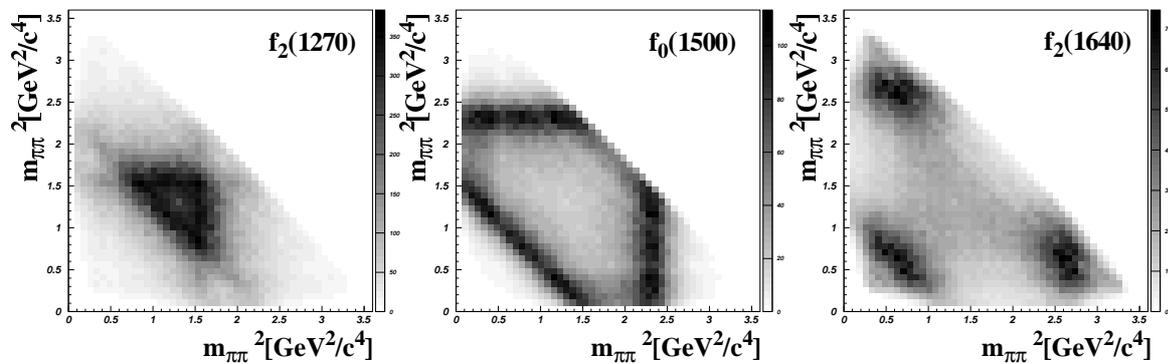


Abbildung 6.7: Dalitz-Plot Intensitäten der beitragenden Resonanzen in der besten Anpassung. Monte-Carlo simulierte Ereignisse werden gewichtet mit der angepaßten Intensität jeweils einer beitragenden Resonanz dargestellt.

senverschiebungen, dort Gangunterschiede genannt. Das beobachtbare Lichtmuster zeigt die Interferenzen nicht mehr.

In diesem Falle erscheint eine Beschreibung durch den vereinfachten Ansatz im kanonischen Formalismus angemessen. Tatsächlich wurde die Beschreibung einer Reaktion bei 1940 MeV/c Antiproton-Strahlimpuls mit Erfolg vorgenommen.

6.2. Die Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \eta \eta$ bei 1940 MeV/c

Die Spektren der analysierten Daten sind in Kap. 4.4.3. auf Seite 36 vorgestellt.

Da eine konvergente Anpassung im Helizitätsformalismus (s.Kap.5.3.1.) aufgrund der vielen auftretenden Spins und Partialwellen nicht gelang, wurde eine Beschreibung dieses Endzustandes mit der kanonischen Formulierung unternommen. In diesem Verfahren werden nur die Intensitäten im Dalitz-Plot angepaßt, nicht aber die in den Produktionswinkelverteilungen. Dadurch ist nur eine Analyse der Zwischenzustände möglich, nicht aber eine Bestimmung der beitragenden Anfangszustände oder gar Partialwellen. Auch hier wird von einer möglichst einfachen Hypothese ausgegangen, um die auffälligsten Strukturen in den gemessenen Daten mit wenigen Parametern zu beschreiben. Diese sind die Signale des $a_0(980)$, $a_2(1320)$ und des $f_0(1500)$. Der Gang der Analyse, der im Folgenden besprochen wird, ist in Tabelle 6.3 dargestellt.

In diesem Sinne werden zuerst die drei Parameter der $a_2(1320)$ -Intensität und die drei Parameter für die Stärke der Selbst-Kohärenz dieser drei Teilamplituden zur Anpassung freigegeben. Selbst-Kohärenz bezeichnet die Interferenz einer Amplitude für die eine $\pi^0\eta$ -Kombination mit der gleichen Amplitude für das andere $\pi^0\eta$ -Paar. Dann wird zusätzlich ein Parameter für die $f_0(1500)$ -Intensität und einer für das $a_0(980)$ -Signal hinzugenommen, später die Interferenzterme der $a_2(1320)$ -Amplitude mit den beiden anderen Resonanzen und ein Parameter für ihre Phase relativ zur $a_0(980)$ -Amplitude. Die Selbst-Kohärenz des $a_0(980)$ wird zunächst auf 75% fixiert. Massen und Breiten der Resonanzen werden auf die in [24] tabellierten Werte für die Isovektoren von $M = 984 \text{ MeV}/c^2$, $\Gamma = 85 \text{ MeV}/c^2$ für das a_0 und $M = 1318.2 \text{ MeV}/c^2$, $\Gamma = 113 \text{ MeV}/c^2$ für das a_2 gesetzt. Das f_0 wird aufgrund seiner Position im invarianten Massenspektrum und der Breite des Signals auf $M = 1490 \text{ MeV}/c^2$ und $\Gamma = 100 \text{ MeV}/c^2$ gesetzt. Damit wird eine NLL von 277 erzielt. Abbildung 6.8 zeigt das Ergebnis dieser Anpassung in den Spektren der invarianten Massen. Das χ^2 für den Vergleich des angepaßten mit dem gemessenen Dalitz-Plot beträgt 2242.3 bei 723 Zellen und 11 freien Parametern.

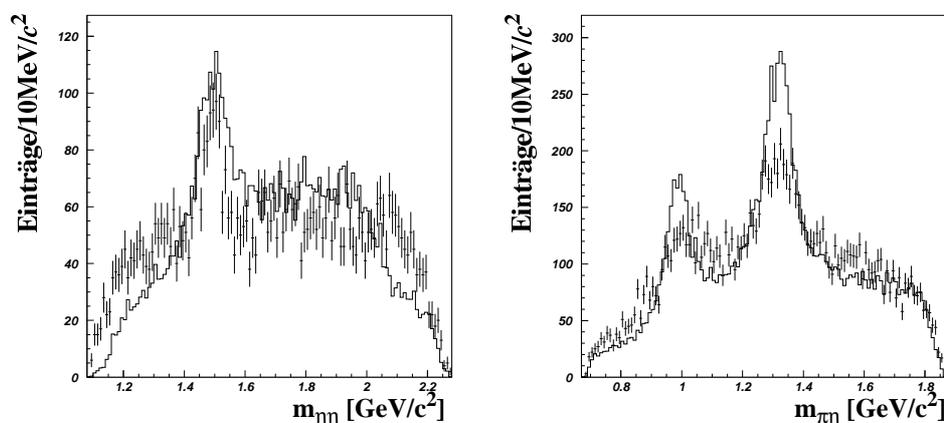


Abbildung 6.8: Massenspektren aus der ersten Anpassung des Endzustandes $\pi^0\eta\eta$. Die Fehlerkreuze markieren die Verteilung der gemessenen Daten. Offensichtlich treten mehr als nur die drei angenommenen Zwischenzustände auf.

Deutlich zu sehen sind die Bereiche, in denen mehr Intensität in den Amplituden nötig ist, um die Daten zu beschreiben. Dies ist auffallend bei hohen $\eta\eta$ -Massen, sowie bei $\pi^0\eta$ -Massen um $1600 \text{ MeV}/c^2$, was sich durch Reflexionen im Dalitz-Plot im niedrigen $\eta\eta$ -Massenbereich widerspiegelt.

Auch bei dieser Analyse ist der Vergleich der NLL-Werte entscheidend. Die Methode des χ^2 -Tests ist hier aufgrund der kleinen Statistik von gemessenen Ereignissen nicht angemessen. Das χ^2 ist hier ungeachtet der mehrfachen Einträge von Ereignissen in Zellen entlang der Hauptdiagonalen und der Doppelzählung in allen anderen Zellen des Dalitz-Plot-Histogramms ermittelt worden. Es dient nur der Veranschaulichung der Güte der Anpassung, weil die absolute Größe der NLL keine Aussage darüber macht.

Durch Hinzunahme eines isoskalaren Tensors mit $M = 2100 \text{ MeV}/c^2$ und $\Gamma = 200 \text{ MeV}/c^2$, sowie seiner relativen Phase und einem Interferenzterm mit dem $a_0(980)$, kann die NLL auf -25.3 erheblich verbessert werden. Das χ^2 der Anpassung liegt bei 1771 für 723 Zellen und 16 freien Parametern. Das Freilassen der Selbstinterferenzstärke des $a_0(980)$ ergibt eine NLL von -32.2 bei maximaler Kohärenz der $a_0(980)$ -Amplituden. Das Optimieren dieser Hypothese endet mit dem Freisetzen der relativen Phase der $f_0(1500)$ -Amplitude bei $\text{NLL} = -79.9$ und einem χ^2 von 1739.2 für 723 Zellen und 18 freie Parameter. Das Spektren dieser Anpassung zeigt Abbildung 6.9.

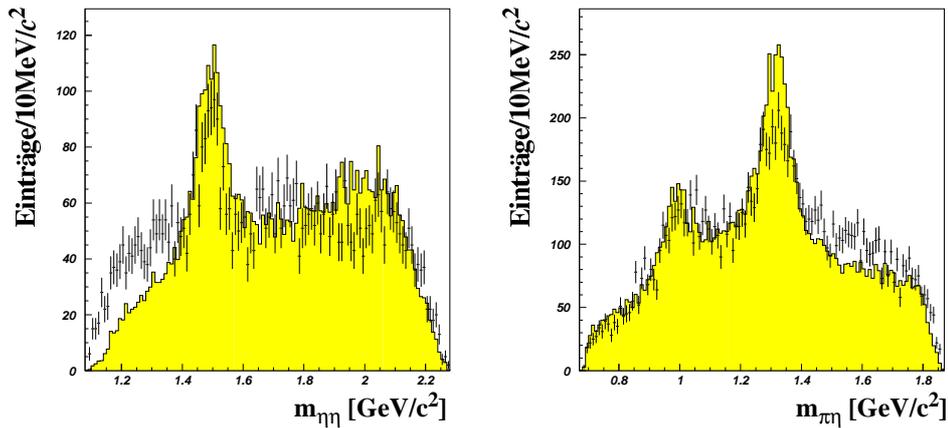


Abbildung 6.9: Massenspektren aus einer fortgeschrittenen Anpassung mit schwerem Tensor. Das Signal des $a_0(980)$ kann nun durch die Interferenz mit dem kreuzenden Band des schweren Tensors im Dalitz-Plot gut beschrieben werden. Jedoch verlangt die Beschreibung zu viel Intensität bei hohen $\eta\eta$ -Massen. Noch immer kann die Anpassung die Massenverteilung bei $1600 \text{ MeV}/c^2$ in der $\pi^0\eta$ invarianten Masse nicht erklären.

Nun wird zu viel Intensität bei hohen $\eta\eta$ -Massen durch die neue Tensorresonanz erzeugt, jedoch kann das $a_0(980)$ -Signal sehr gut wiedergegeben werden. Die verbleibenden Unterschiede zwischen Daten und Beschreibung bei niedrigen $\eta\eta$ -invarianten Massen und hohen $\pi^0\eta$ -invarianten Massen weisen auf einen Isektor bei etwa $1600 \text{ MeV}/c^2 - 1700 \text{ MeV}/c^2$ hin. Dies wird nun in einer erweiterten Hypothese untersucht, die zusätzlich ein $a_2(1650)$ mit $M = 1650 \text{ MeV}/c^2$ und $\Gamma = 240 \text{ MeV}/c^2$ annimmt.

Diese Anpassung bringt den entscheidenden Erfolg: mit zusätzlichen acht freien Parametern für die $a_2(1650)$ -Intensität, seine Interferenz mit dem $a_2(1320)$ und dem $f_0(1500)$ und seiner relativen Phase, ergibt sich die NLL zu -446.6 bei einem χ^2 von 1376 bei 723 Zellen und 26 freien Parametern. Die Massenspektren (s. Abb. 6.10) werden nun viel besser beschrieben. Die Schwächen dieser Anpassung liegen bei der Beschreibung der Ereignisdichte an den Phasenraumrändern, bei kleinen $\eta\eta$ -Massen und bei hohen $\pi^0\eta$ -Massen.

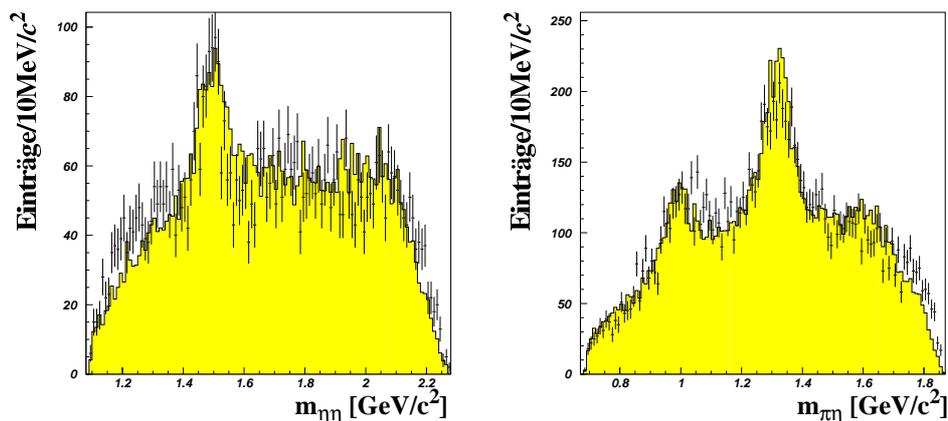


Abbildung 6.10: Massenspektren mit Isovektor. Eine signifikante Verbesserung kann durch die Annahme eines tensoriellen Isovektors erzielt werden.

Eine weitere Verbesserung kann durch Hinzunahme weiterer vier Parameter erreicht werden: der Intensität des $f_0(975)$ mit $M = 975 \text{ MeV}/c^2$ und $\Gamma = 60 \text{ MeV}/c^2$, der Phase seiner Amplitude und die Interferenzstärken mit dem $a_2(1320)$ und dem $a_2(1650)$. Die NLL sinkt auf -528.9 bei einem χ^2 von 1200 bei 723 Zellen und 30 freien Parametern. Die Breit-Wigner Amplitude für eine Resonanz weit unter der $\eta\eta$ -Schwelle ist der Versuch einer Parametrisierung von Schwelleneffekten aufgrund der Unitaritätserhaltung an der Schwelle. Mit der Anpassung der Massen und Breiten des $f_0(1500)$, des $f_2(2100)$ und des $a_2(1650)$ auf $(1477, 142)$, $(2135, 245)$ bzw. $(1650, 260) \text{ MeV}/c^2$ wird die beste Anpassung erzielt (s. Abb. 6.11). Der niedrigste Wert für die NLL erreicht -553.4 , das $\chi^2 = 1153.8$ bei nunmehr 36 angepassten Parametern.

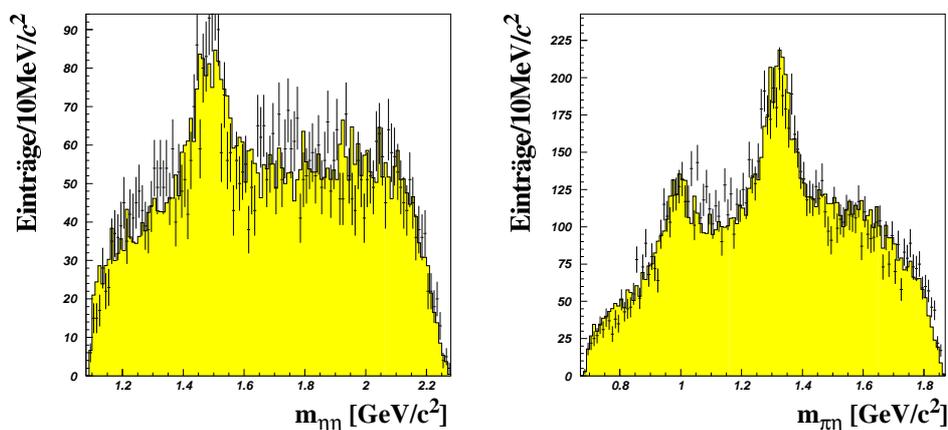


Abbildung 6.11: Massenspektren der besten Anpassung. Im Rahmen der geringen Statistik werden die gemessenen Ereignisverteilungen von der Anpassung sehr gut reproduziert.

Massen und Breiten sind in Tabelle 6.4 aufgelistet. Die geschätzten Fehler der angegebenen Massen und Breiten ergibt sich aus dem Verhalten der NLL in der Nähe des Optimums. Die NLL in Abhängigkeit der variierten Massen und Breiten läßt eine grobe Abschätzung zu. Abbildung 6.12 zeigt die Abhängigkeit von Massen und Breiten des $f_0(1500)$, des neuen Isovektors und des schweren Isoskalars. Da sich die NLL lediglich im Idealfall wie eine quadratische Parabel um das Optimum herum verhält, kann der Fehler nur grob geschätzt werden.

Parameter	Hypothese	NLL	χ^2
11	$a_0(980), a_2(1320), f_0'(1500)$ Interferenzen $a_0+a_2, f_0'+a_2, a_2+a_2$ Phase a_2	277.0	2242.3 (s.Abb.6.8)
16	$f_2'(2100)$ Interferenzen a_0+f_2' Phase f_2'	-25.3	1795.4
17	Interferenz a_0+a_0	-32.2	1771.3
18	Phase f_0'	-79.9	1739.2 (s.Abb.6.9)
26	$a_2'(1650)$ Interferenz $f_0'+a_2', a_2+a_2'$ Phase a_2'	-446.6	1376.0 (s.Abb.6.10)
30	$f_0(975)$ Interferenz f_0+a_2, f_0+a_2' Phase f_0	-528.9	1200.0
36	Massen und Breiten	-553.4	1153.8 (s.Abb.6.11)

Tabelle 6.3: Gang der Analyse $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \eta \eta$ bei 1940 MeV/c. Durch die Annahme weiterer Resonanzen wird die Güte der Anpassung beträchtlich verbessert.

	Masse	Breite
$f_0(1500)$	$1477 \pm 6 \text{ MeV}/c^2$	$142 \pm 8 \text{ MeV}/c^2$
$f_0(2100)$	$2135 \pm 5 \text{ MeV}/c^2$	$245 \pm 10 \text{ MeV}/c^2$
$a_2(1650)$	$1650 \pm 15 \text{ MeV}/c^2$	$260 \pm 15 \text{ MeV}/c^2$

Tabelle 6.4: Massen und Breiten aus der besten Anpassung. Die Fehler der Größen können nur sehr ungenau abgeschätzt werden.

Spin-Hypothese	NLL
f_2, a_0	-490.1
f_0, a_2	-488.1
f_2, a_2	-553.4
f_4, a_2	-554.6

Tabelle 6.5: Vergleich unterschiedlicher Annahmen für die Spins. Spin 4 verlangt zwei weitere Parameter zur Beschreibung des schweren Isoskalars. Eine Unterscheidung zwischen Spin 2 und Spin 4 ist daher nicht möglich.

In Tabelle 6.5 sind die Ergebnisse für die besten Anpassungen mit unterschiedlichen Spin-Hypothesen für die Zwischenzustände $f(2100)$ und $a(1650)$ zusammengestellt. Spin 2 wird für die Beschreibung des $a(1650)$ bevorzugt, allerdings sind die Ergebnisse für die Spin-2- und die Spin-4-Hypothese gleichwertig. Eine Unterscheidung ist nicht möglich.

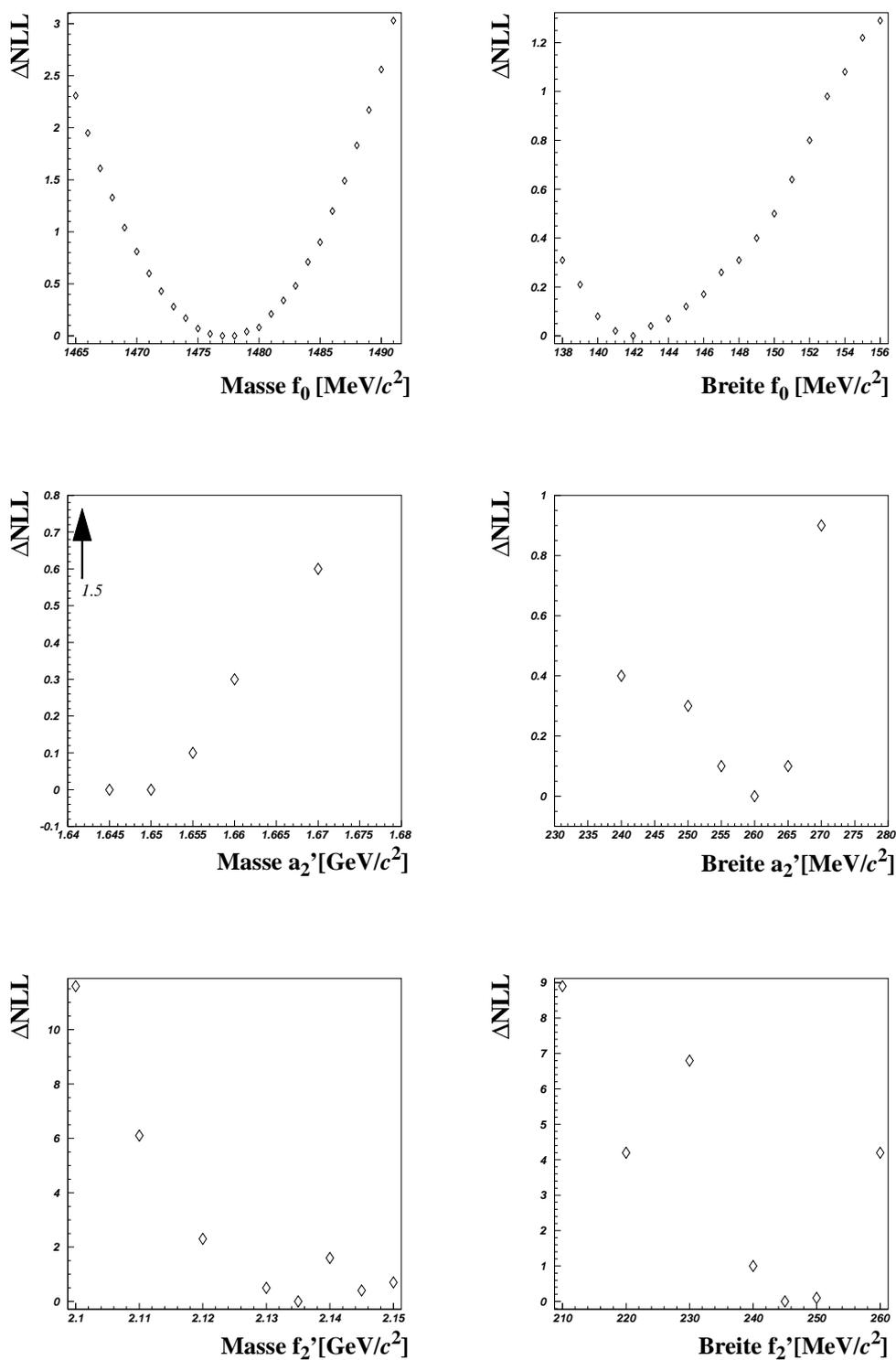


Abbildung 6.12: Die Abhängigkeit der NLL von Massen und Breiten. Im Idealfall verhält sich die NLL wie eine quadratische Parabel in der Nähe des Optimums. Auf der Ordinate sind nur die Differenzen zum besten Wert aufgetragen.

7. Diskussion der Ergebnisse

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine isoskalare Tensorresonanz in ihrem Zerfall in zwei neutrale Pionen mit einer Masse von $1640 \text{ MeV}/c^2$ und einer Breite von $169 \text{ MeV}/c^2$ gefunden. Ferner ergab die Analyse Hinweise auf eine isovektorielle Tensorresonanz in ihrem Zerfall in ein neutrales Pion und ein Eta-Meson bei einer Masse von $1650 \text{ MeV}/c^2$ und einer Breite von $240 \text{ MeV}/c^2$, und auf eine weitere isoskalare Resonanz mit nicht festzulegender Spinquantenzahl im Zerfall in zwei Eta-Mesonen mit einer Masse von $2135 \text{ MeV}/c^2$ und einer Breite von $245 \text{ MeV}/c^2$. Alle diese Werte sind mit Fehlern in der Größenordnung von $10 \text{ MeV}/c^2$ und mehr behaftet, die aufgrund des Analyseverfahrens (Likelihood) nicht genauer bestimmt werden können.

Weiterhin sind in den Dalitz-Plots der Reaktionen $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$ und $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$ bei $1940 \text{ MeV}/c$ Strahlimpuls Hinweise auf Signale eines isoskalaren Zwischenzustandes bei etwa $1850 \text{ MeV}/c^2$ und eines möglichen Isovektors bei ungefähr $1900 \text{ MeV}/c^2$ zu erkennen.

Ein weiteres wichtiges Ergebnis der Analyse ist die Beobachtung des $f_0(1500)$ in der $\bar{p}p$ -Annihilation im Fluge bei $600 \text{ MeV}/c$ im Zerfall in $\pi^0\pi^0$ und beim maximalen Strahlimpuls des LEAR von $1940 \text{ MeV}/c$ im $\eta\eta$ -System. Die vorwiegende Produktion dieser Resonanz aus dem 1S_0 -Zustand des Proton-Antiproton-Systems bei einem Strahlimpuls von $600 \text{ MeV}/c$ erklärt den Rückgang der beobachteten Produktionsrate mit zunehmendem Strahlimpuls sehr gut. Im selben Sinne kann die starke Zunahme von $f_2(1270)$ -Produktion im Fluge durch dessen dominante Erzeugung aus den höheren Streuzuständen 3P_2 und 1D_2 verstanden werden. Ferner steht die Unterdrückung höherer l-Partialwellen, l = Bahndrehimpuls zwischen Tensorresonanz und Rückstoßpion, in sehr gutem Einklang mit der Annahme von Drehimpulsbarrieren.

Die Tatsache, daß das $f_0(1500)$ auch im Fluge, wo hohe Spinzustände im Anfangszustand verstärkt am Annihilationsprozeß teilhaben, dominant aus einem Spin Null System produziert wird, kann als weiteres Argument für dessen Interpretation als Gluonium angeführt werden. In der relativen S-Welle zwischen Proton und Antiproton ist der Überlapp der Wellenfunktionen am größten, sodaß die Annihilationsprozesse der Konstituenten stärker zum Wirkungsquerschnitt beitragen als die der Neuordnung (engl. *rearrangement*) der Quarks. Diese Annihilationsprozesse gelten als gluonenreich, und ein Glueball sollte in solchen Prozessen bevorzugt erzeugt werden.

Der zum ersten Mal im $\pi^0\pi^0$ -System beobachtete Tensor, hier von nun an als $f_2(1640)$ bezeichnet, ist möglicherweise eine bereits in anderen Zerfallskanälen gesehene Resonanz. So gibt es Evidenz für einen Tensor bei $1664 \text{ MeV}/c^2$, der nach $\rho\rho$ zerfällt, am Obelix Experiment[77]. Masse und Breite sind dort aus der Anpassung einer Breit-Wigner-Resonanzkurve an ein Differenzspektrum (s.Abb.7.1) mit schwacher Statistik abgeschätzt worden, sodaß die dort gefundenen Werte nicht im Widerspruch zu den hier beobachteten. Abbildung 7.1 zeigt grau dargestellt das Differenzspektrum $\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$ -invariante Masse (3 Einträge pro Ereignis) abzüglich dem Spektrum der $\pi^+\pi^+\pi^+\pi^-$ -invarianten Masse (2 Einträge pro Ereignis). Nach einer Parametrisierung der breiten Struktur um $1500 \text{ MeV}/c^2$ durch eine Breit-Wigner-Kurve verbleibt im Spektrum das schraffiert dargestellte Signal. Eine Beschreibung dieses Signals mit einer Breit-Wigner Funktion ergibt $M = 1664 \text{ MeV}/c^2$ und $\Gamma = 53 \text{ MeV}/c^2$.

Am GAMS-Experiment ist in der Reaktion $\pi^-p \rightarrow \omega\omega$, $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$, eine Resonanz mit der Masse $M = 1643 \text{ MeV}/c^2$ und der Breite $\Gamma < 70 \text{ MeV}/c^2$ im Zerfall nach $\omega\omega$ [78] beobachtet worden. Abbildung 7.2 zeigt das Spektrum der invarianten $\omega\omega$ -Masse für den Bereich $|t| < 0.4 \text{ GeV}^2/c^2$, links das Spektrum nach einer kinematischen Anpassung auf die Hypothese $\pi^-p \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma n$. Das rechte Bild zeigt das Spektrum nach Verwerfen von Ereignissen, welche die Hypothese $\pi^-p \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0 n$ oder $\pi^-p \rightarrow \pi^0\pi^0\eta n$ erfüllen. Auch in der Reaktion $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\omega\omega$ im Fluge am Crystal Barrel Experiment[79] ist ein entsprechendes Signal im $\omega\omega$ -System gefunden worden (s.Abb.7.3).

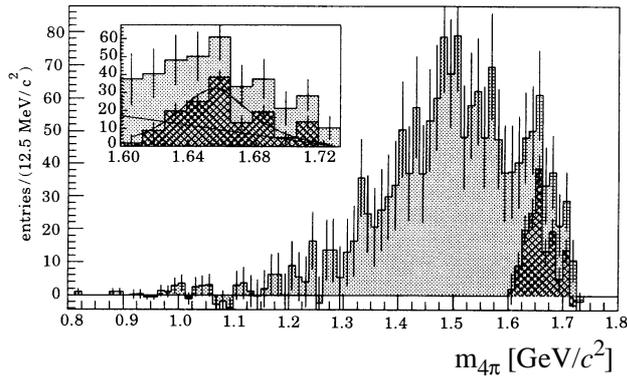


Abbildung 7.1: Evidenz für eine $\rho\rho$ -Resonanz am Obelix-Experiment. Das Bild zeigt in grau das Differenzspektrum der invarianten 4-Pion-Massen (s. Text). Das nach Abzug des geschätzten Untergrundes resultierende Signal ist schraffiert dargestellt. Links oben im Bild befindet sich eine Vergrößerung des Bereichs um die Resonanzmasse.

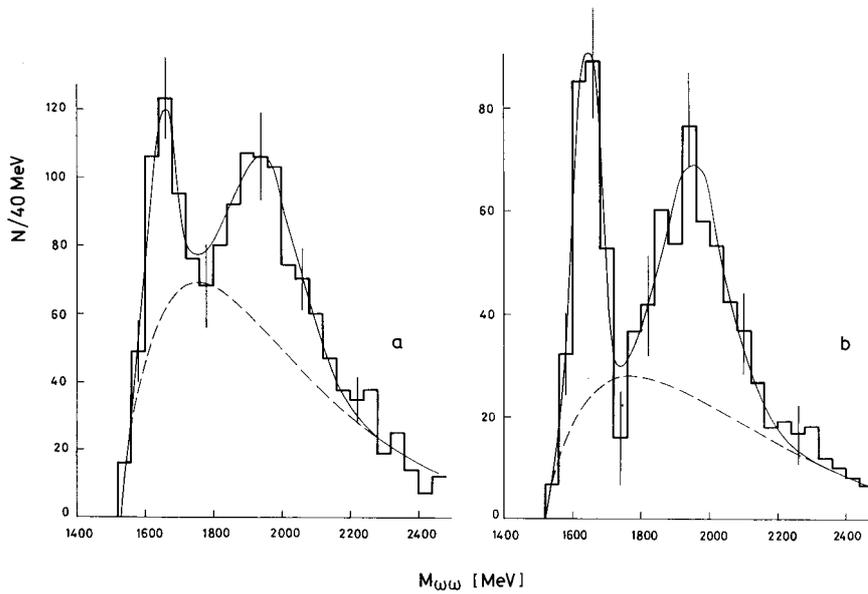


Abbildung 7.2: Das Signal einer $\omega\omega$ -Resonanz am GAMS-Experiment. Deutlich heben sich die Signale zweier möglicher Resonanzen über das Spektrum der reinen Phasenraumverteilung (gestrichelte Kurve) ab. Das Signal bei $1640 \text{ MeV}/c^2$ erscheint möglicherweise durch die nahe $\omega\omega$ -Schwelle schmaler.

Nach Erkenntnissen aus laufenden Analysen mit gekoppelten Kanälen ist die Kopplung dieser Resonanz an das $\pi^0\pi^0$ -System viel geringer als an die anderen Zerfallsmoden[70].

Sind alle diese Beobachtungen die verschiedenen Zerfallsmoden ein und desselben Zustands, unterliegen die hier mit Hilfe einer Breit-Wigner-Parametrisierung gefundenen Werte für Masse und Breite einer weiteren Unsicherheit, weil die nahen Schwellen für $\rho\rho$ und $\omega\omega$ die beobachtbare Linienform im $\pi^0\pi^0$ -Massenspektrum stark verzerren sollten.

Die Interpretationsmöglichkeiten des $f_2(1640)$ sind vielfältig. Weder eine Deutung als Glueball, als $\omega\omega$ -Molekül noch als Hybrid sind auszuschließen. Zusammen mit der Beobachtung des fast massenentarteten Isovektors mit gleichen J^{PC} -Quantenzahlen, dem hier zum ersten Mal observierten $a_2(1650)$, liegt eine Klassifizierung der beiden Zustände als Mitglieder des Nonetts der Radialanregungen der 2^{++} -Mesonen nahe. Unter der Annahme, daß die nicht näher bestimmten Signale im $\pi^0\pi^0\pi^0$ - und $\pi^0\pi^0\eta$ -Endzustand schwere Tensoren sind, ergibt sich die naheliegende Vermutung, daß es sich bei diesen Resonanzen um die zweiten Radialanregungen handelt. Damit könnte das Spektrum der Radialanregungen der non-strange Tensormesonen wie in Tabelle 7.1 aussehen.

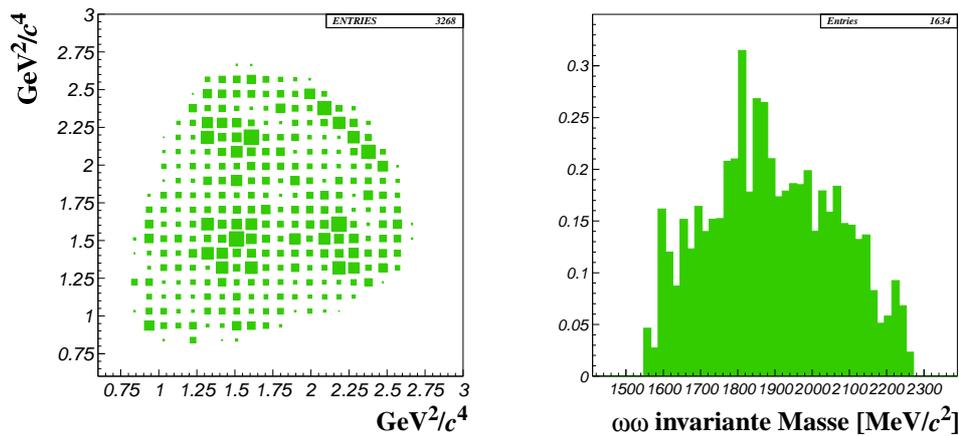


Abbildung 7.3: Akzeptanzkorrigierter Dalitz-Plot der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \omega \omega$ bei 1940-MeV/c am Crystal Barrel Experiment. Nach sehr sorgfältigen Studien des Untergrundes konnte aus acht gemessenen Photonen der Endzustand $\pi^0 \omega \omega$ mit hoher Reinheit rekonstruiert werden. Neben den sich kreuzenden $b_1(1235)$ -Bändern sind Signale bei 1640 MeV/c² und bei 1900 MeV/c² in der $\omega\omega$ invarianten Masse (Diagonale im Dalitz-Plot) zu erkennen.

Zustand	I = 0	I = 1
1^3P_2	f_2 , M = 1270 MeV/c ²	a_2 , M = 1320 MeV/c ²
2^3P_2	f_2' , M = 1640 MeV/c ²	a_2' , M = 1650 MeV/c ²
3^3P_2	f_2'' , M = 1850 MeV/c ²	a_2'' , M = 1900 MeV/c ²

Tabelle 7.1: Mögliches Spektrum der 2⁺⁺-Radialanregungen. In der ersten Zeile stehen die bekannten „non-strange“ Tensormesonen, in der zweiten die hier neu gefundenen Zustände und in der dritten spekulative Massenwerte und Bezeichnungen für die schwachen Signale, die hier nicht näher analysiert worden sind.

Sollte sich dieses Bild bewahrheiten, wären bisherige Abschätzungen und Voraussagen für dieses Spektrum zu überdenken. So werden im Rahmen des Flux-Tube-Modells die ersten Radialanregungen der Tensoren bei 1820 MeV/c² erwartet[80] (s.Tab. 7.2). Sind tatsächlich die schweren

Meson	Masse	Breite
$a_2(2^3P_2)$	1820 MeV/c ²	~140 MeV/c ²
$f_2(2^3P_2)$	1820 MeV/c ²	~90 MeV/c ²

Tabelle 7.2: Massen und Breiten der 2⁺⁺-Radialanregungen nach dem Flux-Tube Modell.

Zustände (dritte Zeile in Tabelle 7.1) die ersten Radialanregungen, was in sehr guter Übereinstimmung mit den theoretisch vorhergesagten Werten stünde, scheidet eine Interpretation als $q\bar{q}$ -Zustand für die in dieser Arbeit gefundenen Tensoren bei 1640 bzw. 1650 MeV/c² aus. Allerdings steht eine Interpretation als Hybride auch im Widerspruch zu den Vorhersagen des Flux-Tube-Modells, welches das Spektrum dieser Zustände erst bei Massen größer als 1900 MeV/c² erwartet. Die Auslegung des beobachteten Isoskalars $f_2(1640)$ als Glueball erscheint von daher sehr attraktiv, läßt aber keinen Raum für einen isovektoriellen Partner, dem $a_2(1650)$. Trotz der Tatsache, daß eine Deutung der Beobachtungen als Spektrum der Radialanregungen der Tensormesonen nicht in Einklang mit dem sehr erfolgreichen Flux-Tube-Modell steht, ist diese Interpretation am plausibelsten.

Das im Endzustand $\pi^0 \eta \eta$ beobachtete $f(2135)$ ist sehr wahrscheinlich identisch mit dem Zustand $f_0(2104)$, der in radiativen J/ψ -Zerfällen in der 4π -invarianten Masse gefunden worden ist[33]. Jedoch konnte der Spin hier in dieser Analyse nicht bestimmt werden. Wenn der Zustand eine skalare oder tensorielle Resonanz ist, dann kann auch hier eine Interpretation als Glueball nicht ausgeschlossen werden. Hat der Zustand die Spinquantenzahl 4, ist er wahrscheinlich ein Meson.

Zusammenfassung

Die Suche nach Resonanzen in Endzuständen mit drei neutralen pseudoskalaren Mesonen aus der Proton-Antiproton-Vernichtung bei Antiproton-Strahlimpulsen von 600 MeV/c und 1940 MeV/c ist Gegenstand der vorliegenden Arbeit. Die analysierten Daten stammen aus Messungen am Niederenergie-Antiproton-Ring LEAR am europäischen Forschungszentrum für Kern- und Teilchenphysik CERN in Genf mit dem Crystal Barrel Spektrometer.

Die aus dem LEAR extrahierten Antiprotonen reagieren mit den Protonen einer flüssigen Wasserstoffprobe. Die dabei entstehenden Reaktionsprodukte wurden mit dem Crystal Barrel Detektor nachgewiesen, im wesentlichen einer Driftkammer zur Rekonstruktion von Spuren geladener Pionen und Kaonen und einem elektromagnetischen Kalorimeter zum Nachweis von Photonen. Mit einem speziellen Trigger auf Reaktionen mit ausschließlich Photonen und einer unteren Schwelle für deren Gesamtenergie wurden insgesamt über 10 Millionen Ereignisse bei 1940 MeV/c und 3 Millionen Ereignisse bei 600 MeV/c aufgezeichnet.

Daraus konnten 200000 $3\pi^0$, 95000 $2\pi^0\eta$, 6000 $\pi^02\eta$ und 500 3η Ereignisse bei 1940 MeV/c und 40000 $3\pi^0$ Ereignisse bei 600 MeV/c selektiert und rekonstruiert werden. Meßfehler und Rekonstruktionseffizienzen entsprachen den Werten, die aus Messungen der Proton-Antiproton-Vernichtung in Ruhe am Crystal Barrel Experiment bekannt sind.

Neben der Beobachtung von Signalen in den Dalitz-Plots und in der Spektren der invarianten Massen der Reaktionen wurde für die Endzustände $3\pi^0$ bei 600 MeV/c und $\pi^02\eta$ bei 1940 MeV/c mit unterschiedlichen Methoden eine Spin-Paritätsanalyse durchgeführt. Um die $3\pi^0$ -Daten zu beschreiben war die Einführung einer neuen isoskalaren 2^{++} -Resonanz mit einer Masse von 1640 MeV/c² und einer Breite von 169 MeV/c² erforderlich. Die Beschreibung des gemessenen Dalitz-Plots des $\pi^02\eta$ -Endzustandes verlangte eine schwere isoskalare Resonanz und einen neuen 2^{++} -Isovektor.

Weiterhin konnte der in der $p\bar{p}$ -Annihilation in Ruhe erstmalig beobachtete Zustand $f_0(1500)$ ($J^{PC} = 0^{++}$) in den Daten der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow 3\pi^0$ bei 600 MeV/c wiedergefunden und seine Quantenzahlen bestätigt werden. Seine dominante Produktion von 73% aus der relativen S-Welle des $p\bar{p}$ -Systems kann als weiteres Argument für eine Interpretation des $f_0(1500)$ als Glueball in die aktuelle Diskussion über dessen Natur eingebracht werden. Eine Erklärung der neuen Tensoren bei 1640 MeV/c² und 1650 MeV/c² und der erkennbaren Strukturen bei 1850 MeV/c² und 1900 MeV/c² als erste und zweite Radialanregung der Tensormesonen ist naheliegend, kann aber aufgrund noch unzureichender Kenntnis der Mesonen in diesem Massenbereich nicht weiter motiviert werden.

Die Auswertung der Daten bei 1200 MeV/c Strahlimpuls und der Daten mit geladenen Spuren, sowie die Rekonstruktion von Endzuständen mit η' -Mesonen zusammen mit den am Crystal Barrel Experiment geplanten Messungen mit unterschiedlichen Strahlimpulsen werden weiteren Aufschluß über die behandelten Fragestellungen erbringen.

A Berechnung der kinematischen Größen

Im Experiment werden die Viererimpuls-Komponenten der drei pseudoskalaren Mesonen $\vec{p}_i = (e_i, \vec{p}_i)$ bestimmt. Die invariante Masse eines Mesonpaares berechnet sich zu

$$m_{ij}^2 = (\vec{p}_i + \vec{p}_j)^2 = e_i e_j - \vec{p}_i \vec{p}_j, \quad \vec{p}_i = (x_i, y_i, z_i). \quad (7.1)$$

Da alle Größen im Laborsystem gemessen worden sind, werden sie mittels einer Lorentz-Transformation in das Ruhesystem der $\bar{p}p$ -Vernichtung transformiert:

$$\vec{p}_i' = L_z(-\vec{p}_p) \vec{p}_i = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_i \\ x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \quad (7.2)$$

mit β der Geschwindigkeit des $\bar{p}p$ -Systems im Labor in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit c und $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ dem dazugehörigen relativistische Dilatationsfaktor. Für ein System mit Ruhemasse

m , Impulsbetrag p und Energie e berechnen sich β zu p/e und γ zu e/m , und damit $\beta\gamma$ zu p/m . In der $\bar{p}p$ -Vernichtung im Fluge bei 1940 MeV/c nehmen diese Faktoren in Gl. 7.2 folgende Werte an:

$$\beta = 0.627, \quad \gamma = 1.284, \quad \beta\gamma = 0.805. \quad (7.3)$$

Der Vierervektor eines Di-Mesons im Schwerpunktsystem der Reaktion ist die Summe der Zerfallsprodukte

$$\vec{r}_{ij}' = \vec{p}_i' + \vec{p}_j'. \quad (7.4)$$

Die sphärischen Winkel Θ und Φ der Produktion dieses Systems ergeben sich direkt aus

$$\cos \Theta_{ij} = \frac{z_i' + z_j'}{|\vec{r}_{ij}'|}, \quad \text{und} \quad (7.5)$$

$$\sin \Phi_{ij} = \frac{y_i' + y_j'}{\sqrt{(x_i' + x_j')^2 + (y_i' + y_j')^2}}$$

$$\cos \Phi_{ij} = \frac{x_i' + x_j'}{\sqrt{(x_i' + x_j')^2 + (y_i' + y_j')^2}}.$$

Um die Vierervektoren \vec{p}_i' und \vec{p}_j' der Zerfallsprodukte im gemeinsamen Schwerpunktsystem zu erhalten, werden sie um $-\Phi$ um die Strahlachse rotiert und anschließend um $-\Theta$ um die y -Achse des Reaktions-Schwerpunktsystem gedreht. Danach werden die Vektoren (alle Vektoren sind nun zweifach gestrichen) mit $L_z(-\vec{r}_{ij}'')$ transformiert:

$$\vec{p}_i'' = R(0, -\Theta, -\Phi) \vec{p}_i' = \begin{bmatrix} \cos\Theta \cos\Phi & \cos\Theta \sin\Phi & -\sin\Theta \\ -\sin\Phi & \cos\Phi & 0 \\ \sin\Theta \cos\Phi & \sin\Theta \sin\Phi & \cos\Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i' \\ y_i' \\ z_i' \end{bmatrix} \quad (7.6)$$

$$p_i''' = L_z(-r_{ij}''') p_i'' \quad (7.7)$$

Die sphärischen Winkel ϑ und φ des Resonanzzerfalls im Helizitätssystem berechnen sich nun analog zu Gl. 7.5:

$$\cos\vartheta_{ij} = \frac{z_i'''}{\left| \vec{p}_i''' \right|}, \text{ u.s.w.} \quad (7.8)$$

Im kanonischen Formulismus schließt sich noch eine weitere Rotation an:

$$\tilde{p}_i = R(0, \Theta, \Phi) p_i''' \quad (7.9)$$

B Formeln der besten Anpassungen

B.1. Die Gewichtsfunktion für die Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ bei 600 MeV/c

$$\begin{aligned}
 w(\tau) = & \left[\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{2}} (H_{++}^{0*} - H_{--}^{0*}) \left(\sum_{k=1}^3 \Delta_{f_0}(m_k) G_0^{0, f_0} \right. \\ & \left. + \sum_{k=1}^3 \Delta_{f_2}(m_k) G_2^{0, f_2} + \sum_{k=1}^3 \Delta_{f_2'}(m_k) G_2^{0, f_2'} \right) \\ & + \frac{1}{\sqrt{2}} (H_{++}^{2*} - H_{--}^{2*}) \left(\sum_{k=1}^3 \Delta_{f_0}(m_k) D_{00}^2(\Omega_k) G_2^{2, f_0} \right. \\ & \left. + \sum_{k=1}^3 \Delta_{f_2}(m_k) \sum_{\lambda=-2}^2 D_{0\lambda}^2(\Omega_k) D_{\lambda 0}^2(\omega_k) \sum_{l=0,2,4} \langle 102\lambda|2\lambda \rangle G_1^{2, f_2} \right. \\ & \left. + \sum_{k=1}^3 \Delta_{f_2'}(m_k) \sum_{\lambda=-2}^2 D_{0\lambda}^2(\Omega_k) D_{\lambda 0}^2(\omega_k) \sum_{l=0,2,4} \langle 102\lambda|2\lambda \rangle G_1^{2, f_2'} \right) \end{aligned} \right] \quad 2 \\
 & + \left[\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{2}} (H_{++}^{2+*} + H_{--}^{2+*}) \\ & \left(\sum_{k=1}^3 \Delta_{f_2}(m_k) \sum_{\lambda=-2}^2 D_{0\lambda}^2(\Omega_k) D_{\lambda 0}^2(\omega_k) \sum_{l=1,3} \langle 102\lambda|2\lambda \rangle G_1^{2, f_2} \right. \\ & \left. + \sum_{k=1}^3 \Delta_{f_2'}(m_k) \sum_{\lambda=-2}^2 D_{0\lambda}^2(\Omega_k) D_{\lambda 0}^2(\omega_k) \sum_{l=1,3} \langle 102\lambda|2\lambda \rangle G_1^{2, f_2'} \right) \end{aligned} \right] \quad 2 \\
 & + \left[\begin{aligned} & H_{+-}^{1+*} \left(\sum_{k=1}^3 \Delta_{f_0}(m_k) D_{-10}^1(\Omega_k) G_1^{1+, f_0} \right. \\ & + \sum_{k=1}^3 \Delta_{f_2}(m_k) \sum_{\lambda=-1}^1 D_{-1\lambda}^1(\Omega_k) D_{\lambda 0}^2(\omega_k) \sum_{l=1,3} \langle 102\lambda|1\lambda \rangle G_1^{1+, f_2} \\ & + \sum_{k=1}^3 \Delta_{f_2'}(m_k) \sum_{\lambda=-1}^1 D_{-1\lambda}^1(\Omega_k) D_{\lambda 0}^2(\omega_k) \sum_{l=1,3} \langle 102\lambda|1\lambda \rangle G_1^{1+, f_2'} \right) \\ & + H_{-+}^{2+*} \left(\sum_{k=1}^3 \Delta_{f_2}(m_k) \sum_{\lambda=-2}^2 D_{-1\lambda}^2(\Omega_k) D_{\lambda 0}^2(\omega_k) \sum_{l=1,3} \langle 102\lambda|2\lambda \rangle G_1^{2+, f_2} \right. \\ & \left. + \sum_{k=1}^3 \Delta_{f_2'}(m_k) \sum_{\lambda=-2}^2 D_{-1\lambda}^2(\Omega_k) D_{\lambda 0}^2(\omega_k) \sum_{l=1,3} \langle 102\lambda|2\lambda \rangle G_1^{2+, f_2'} \right) \end{aligned} \right] \quad 2 \\
 & + \left[\begin{aligned} & H_{+-}^{1+*} \left(\sum_{k=1}^3 \Delta_{f_0}(m_k) D_{10}^1(\Omega_k) G_1^{1+, f_0} \right. \\ & + \sum_{k=1}^3 \Delta_{f_2}(m_k) \sum_{\lambda=-1}^1 D_{-1\lambda}^1(\Omega_k) D_{\lambda 0}^2(\omega_k) \sum_{l=1,3} \langle 102\lambda|1\lambda \rangle G_1^{1+, f_2} \\ & + \sum_{k=1}^3 \Delta_{f_2'}(m_k) \sum_{\lambda=-1}^1 D_{1\lambda}^1(\Omega_k) D_{\lambda 0}^2(\omega_k) \sum_{l=1,3} \langle 102\lambda|1\lambda \rangle G_1^{1+, f_2'} \right) \\ & + H_{-+}^{2+*} \left(\sum_{k=1}^3 \Delta_{f_2}(m_k) \sum_{\lambda=-2}^2 D_{-1\lambda}^2(\Omega_k) D_{\lambda 0}^2(\omega_k) \sum_{l=1,3} \langle 102\lambda|2\lambda \rangle G_1^{2+, f_2} \right. \\ & \left. + \sum_{k=1}^3 \Delta_{f_2'}(m_k) \sum_{\lambda=-2}^2 D_{-1\lambda}^2(\Omega_k) D_{\lambda 0}^2(\omega_k) \sum_{l=1,3} \langle 102\lambda|2\lambda \rangle G_1^{2+, f_2'} \right) \end{aligned} \right] \quad 2
 \end{aligned}$$

Diese Gewichtsfunktion ist in der besten Anpassung (siehe Kap. 6.1.1., Tabelle 6.1 und Abbildung 6.3) verwendet worden. Die Symbole sind in Kap. 5.3.1. eingeführt worden, Ω_k steht für

die Winkel $(\Phi_k, \Theta_k, 0)$, ω_k für $(\phi_k, \vartheta_k, 0)$. Freie Parameter in der Anpassung sind alle Partialwellenamplituden G_1 , die Helizitätsamplituden H der Anfangszustände und die Nominalwerte für Resonanzmassen und -breiten, die implizit in die dynamischen Funktionen Δ eingehen.

Die Hypothese der Anpassung nimmt Beiträge der Anfangszustände $J^{PC} = 0^{++}, 1^{++}, 2^{++}$ und 2^{-+} sowie der Resonanzen $f_0(1500)$, $f_2(1270)$ und $f_2'(1640)$ an. Der erste Summand in der obenstehenden Formel ist der Beitrag aus den Spin-Singulett $p\bar{p}$ -Streuzuständen, der zweite beinhaltet die Beiträge der Spin-Triplett Amplituden mit Helizitätsunterzustand $v = 0$ (hier gehen nur Übergänge von 3P_2 nach π^0 -Tensor ein). Die beiden letzten Terme umfassen die Amplituden der Übergänge aus Spin-Triplett Anfangszuständen mit den Helizitätsunterzuständen $v = -1$ und $v = +1$.

B.2. Die Gewichtsfunktion für die Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \eta \eta$ bei 1940 MeV/c

$$\begin{aligned}
w(\tau) = & a_{f_0}^2 |\Delta_{f_0}(m_{\eta\eta})|^2 + a_{f_0'}^2 |\Delta_{f_0'}(m_{\eta\eta})|^2 + \sum_{\lambda_f = 0, 1, 2} a_{f_2', \lambda_f}^2 |\Delta_{f_2'}(m_{\eta\eta}) P_2^{\lambda_f}(\theta_{\eta\eta}, \phi_{\eta\eta})|^2 \\
& + a_{a_0}^2 \left(|\Delta_{a_0}(m_1)|^2 + |\Delta_{a_0}(m_2)|^2 + c_{a_0 a_0} e^{i\varphi_{a_0 a_0}} \Delta_{a_0}(m_1) \Delta_{a_0}^*(m_2) \right) \\
& + \sum_{\lambda_f = 0, 1, 2} a_{a_2', \lambda_f}^2 \left| \sum_{k=1, 2} \Delta_{a_2'}(m_k) P_2^{\lambda_f}(\theta_k, \phi_k) \right|^2 + \\
& \sum_{\lambda_f = 0, 1, 2} a_{a_2, \lambda_f}^2 \left(|\Delta_{a_2}(m_k) P_2^{\lambda_f}(\theta_1, \phi_1)|^2 + |\Delta_{a_2}(m_k) P_2^{\lambda_f}(\theta_2, \phi_2)|^2 \right) + \\
& \sum_{\lambda_f = 0, 1, 2} a_{a_2, \lambda_f} c_{a_2 a_2, \lambda_f} e^{i\varphi_{a_2 a_2, \lambda_f}} \Delta_{a_2}(m_1) \Delta_{a_2}^*(m_2) P_2^{\lambda_f}(\theta_1, \phi_1) P_2^{\lambda_f*}(\theta_2, \phi_2) \\
& + \sum_{k, k' = 1, 2} a_{a_0} a_{a_2, 0} c_{a_0 a_2} e^{i\varphi_{a_0 a_2}} \Delta_{a_0}(m_k) \Delta_{a_2}^*(m_{k'}) P_2^0(\theta_k, \phi_k) \\
& + \sum_{k=1, 2} a_{a_0} a_{f_2', 0} c_{a_0 f_2'} e^{i\varphi_{a_0 f_2'}} \Delta_{a_0}(m_k) \Delta_{f_2'}^*(m_{\eta\eta}) P_2^0(\theta_{\eta\eta}, \phi_{\eta\eta}) \\
& + \sum_{k=1, 2} a_{f_0} a_{a_2, 0} c_{f_0 a_2} e^{i\varphi_{f_0 a_2}} \Delta_{f_0}(m_{\eta\eta}) \Delta_{a_2}^*(m_k) P_2^0(\theta_k, \phi_k) \\
& + \sum_{k=1, 2} a_{f_0'} a_{a_2, 0} c_{f_0' a_2} e^{i\varphi_{f_0' a_2}} \Delta_{f_0'}(m_{\eta\eta}) \Delta_{a_2}^*(m_k) P_2^0(\theta_k, \phi_k) \\
& + \sum_{k=1, 2} a_{f_0'} a_{a_2', 0} c_{f_0' a_2'} e^{i\varphi_{f_0' a_2'}} \Delta_{f_0'}(m_{\eta\eta}) \Delta_{a_2'}^*(m_k) P_2^0(\theta_k, \phi_k) \\
& + \sum_{\lambda_r = 0, 1, 2} \sum_{k, k' = 1, 2} a_{a_2, \lambda_r} a_{a_2', 0} c_{a_2 a_2'} e^{i\varphi_{a_2 a_2'}} \Delta_{a_2}(m_k) \Delta_{a_2'}^*(m_{k'}) P_2^{\lambda_r}(\theta_k, \phi_k) P_2^{\lambda_r*}(\theta_{k'}, \phi_{k'})
\end{aligned}$$

Die Gewichtsfunktion benutzt die Amplituden der vereinfachten kanonischen Formulierung. Die angepaßte Hypothese nimmt die isoskalaren Resonanzen $f_0(975)$, $f_0'(1500)$ und $f_2'(2135)$ (erste Zeile in der Formel) sowie die Isovektoren $a_0(980)$ (zweite Zeile), $a_2(1320)$ (vierte und fünfte Zeile) und $a_2'(1650)$ (dritte Zeile) an (siehe Kap. 6.2., Abbildung 6.11). Berücksichtigt sind Interferenzen zwischen a_0 und a_2 (sechste Zeile), a_0 und f_2' (siebte Zeile), f_0 und a_2 (achte Zeile), f_0' und a_2 (neunte Zeile), f_0' und a_2' (zehnte Zeile) und a_2 und a_2' (elfte Zeile). Außerdem werden die Interferenzen der sich kreuzenden a_0 Bänder im Dalitz-Plot (dritter Term in der zweiten Zeile) sowie die der sich kreuzenden a_2 Bänder (fünfte Zeile) angepaßt. Die freien Parameter der Anpassung sind die Kopplungsstärken a , die Interferenzstärken c , die relativen Phasen φ und Resonanzmassen und -breiten, die implizit in den dynamischen Funktionen Δ enthalten sind.

C Dalitz-Plots und Winkelverteilungen von Partialwellen

In Abbildung C.1 sind die Dalitz-Plots einzelner Partialwellen für die Reaktion $p\bar{p} \rightarrow 3\pi^0$ bei $600 \text{ MeV}/c$, so wie sie zur besten Anpassung beitragen, wiedergegeben. Die Masse von $1260 \text{ MeV}/c^2$ und die Zerfallsbreite von $179 \text{ MeV}/c^2$ sind die Werte aus dieser Beschreibung. Als Grundlage dienten 150000 Monte-Carlo simulierte Ereignisse der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$, welche den gleichen Rekonstruktions- und Selektionsschritten unterworfen wurden, wie gemessene Daten. Von diesen wurden 49187 Ereignisse akzeptiert. Daher sind Detektorakzeptanz und Rekonstruktionseffizienz von vornherein in den Bildern enthalten.

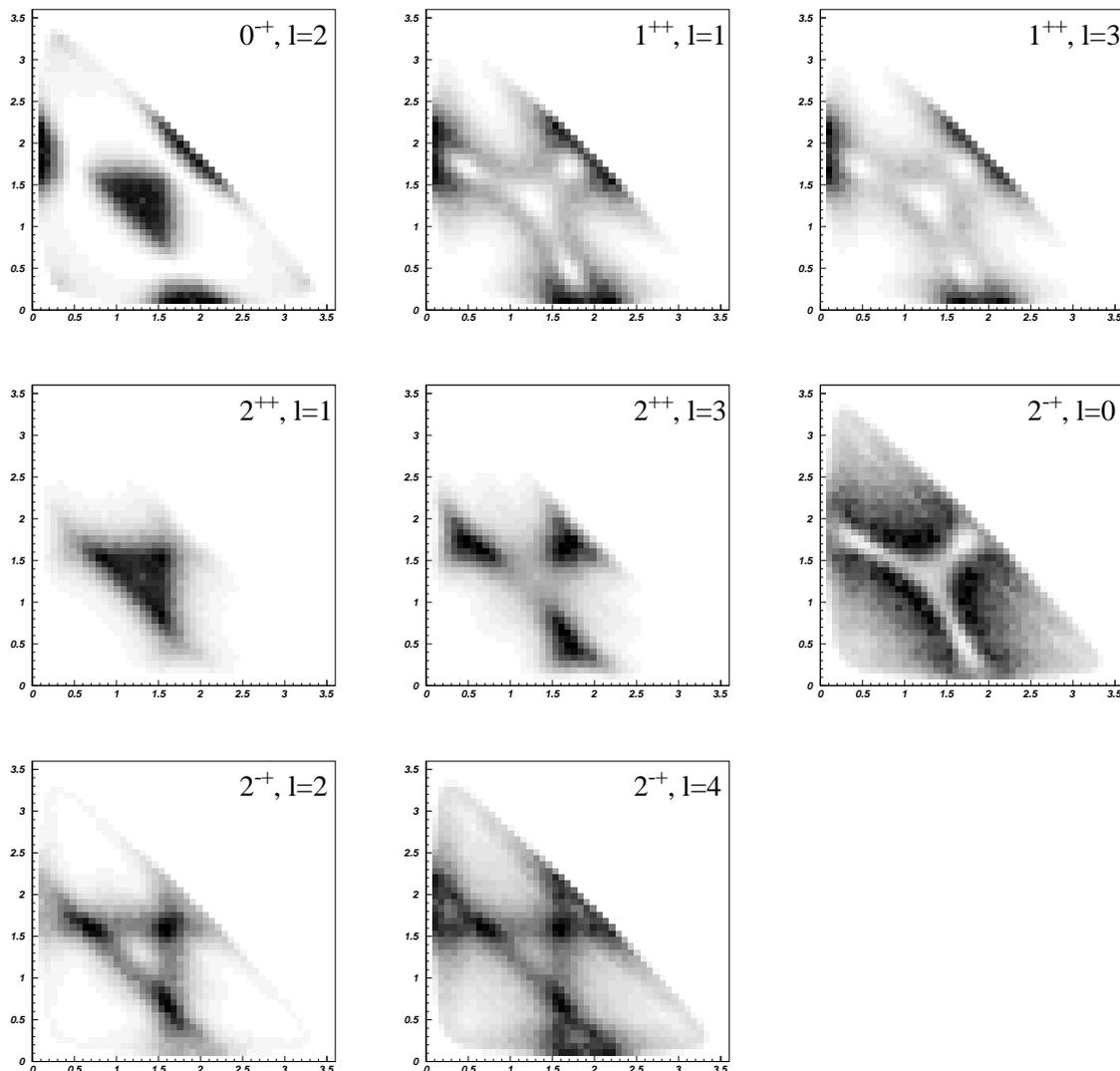


Abbildung C.1: Dalitz-Plots für die Produktion des $f_2(1270)$ aus verschiedenen J^{PC} -Streuzuständen bei $600 \text{ MeV}/c$. Detektor-Akzeptanz und Rekonstruktionseffizienz sind implizit in den Darstellungen berücksichtigt.

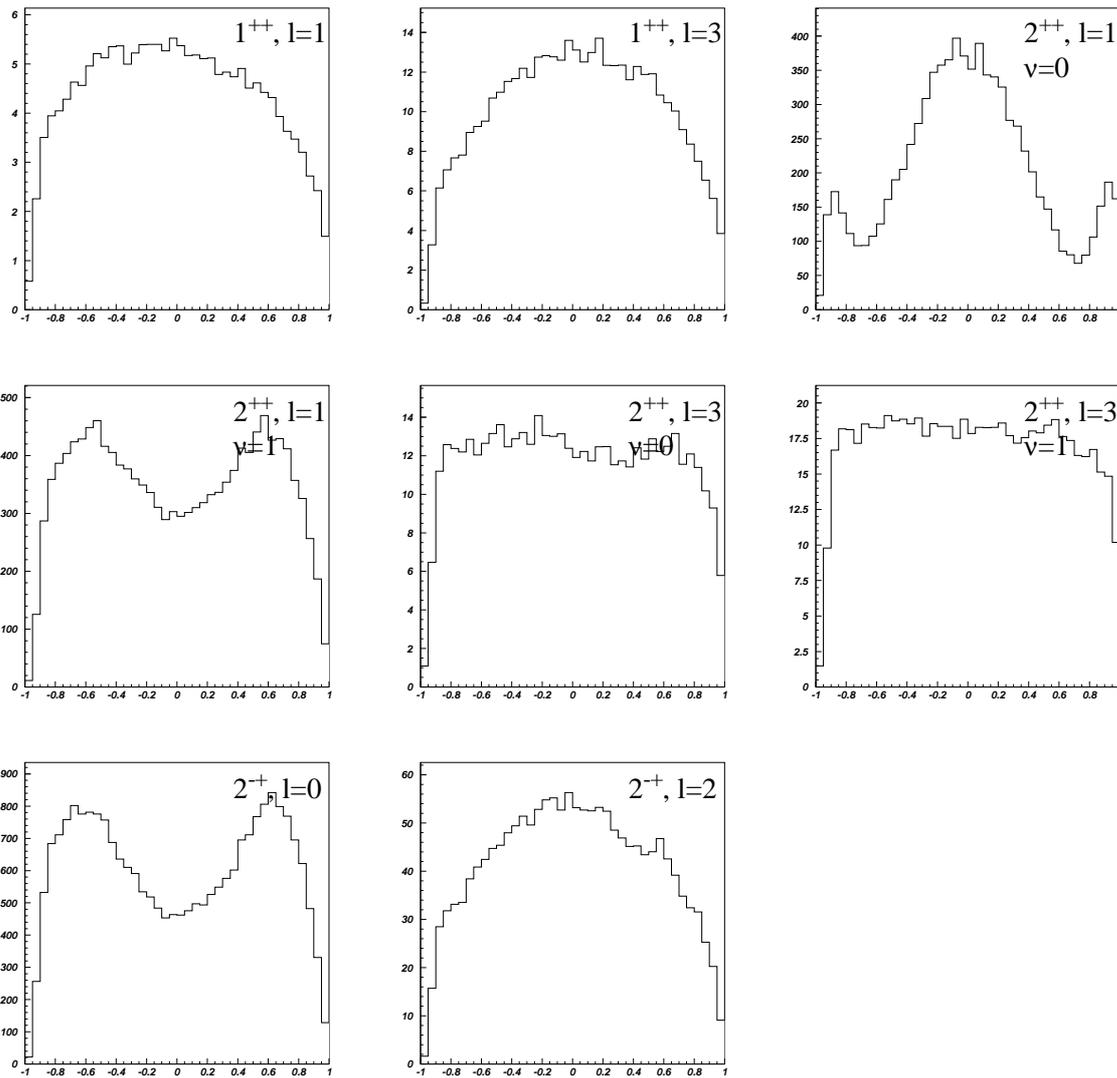


Abbildung C.2: Kosinus des Produktionswinkels des $f_2(1270)$ aus verschiedenen J^{PC} -Streuzuständen bei $600 \text{ MeV}/c$. Detektor-Akzeptanz und Rekonstruktionseffizienz sind implizit in den Darstellungen berücksichtigt.

Die Strukturen der neuen schwereren Tensor-Resonanz $f_2'(1640)$ im Dalitz Plot zeigt Abbildung C.3. Die Werte für die Masse ($M = 1640 \text{ MeV}/c^2$) und die Breite ($\Gamma = 169 \text{ MeV}/c^2$) sind das Ergebnis der besten Anpassung..

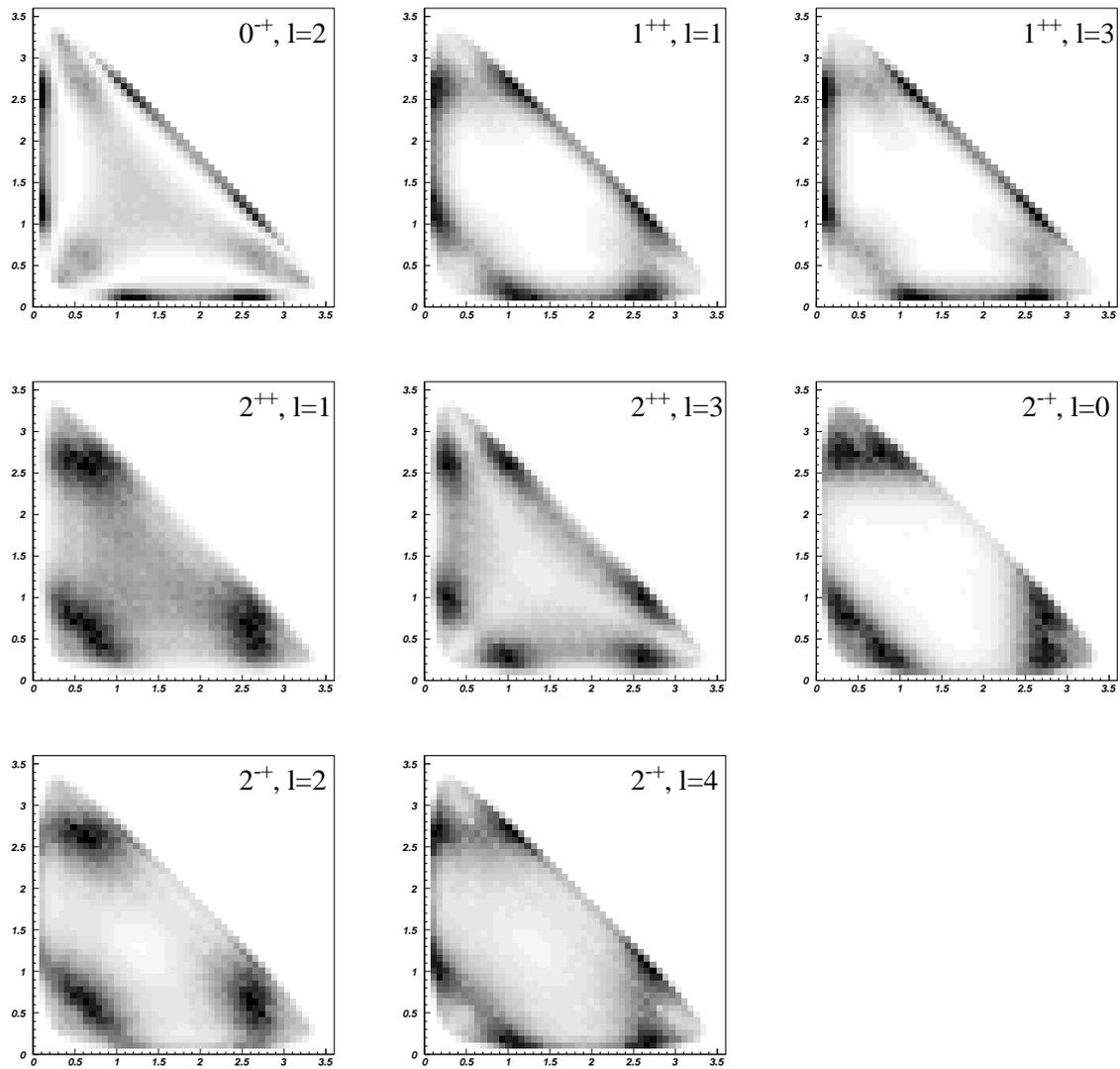


Abbildung C.3: Dalitz-Plots für die Produktion eines $f_2(1640)$ aus verschiedenen J^{PC} -Streuzuständen bei $600 \text{ MeV}/c$. Detektor-Akzeptanz und Rekonstruktionseffizienz sind implizit in den Darstellungen berücksichtigt.

Literaturverzeichnis

- [1] G.B. Chadwick et al., Phys.Rev. **B47**(1973)271
- [2] W. Heisenberg, Z.Phys. **77**(1932)1
- [3] M. Gell-Mann und Y. Ne'eman, *The Eightfold Way*, Benjamin, 1964
- [4] M. Gell-Mann, Phys.Lett. **8**(1964)214
- [5] O.W. Greenberg, Phys.Rev.Lett. **13**(1964)598
- [6] R.L. Jaffe, Phys.Rev. **D15**(1977)267
- [7] R.P. Feynman, *Quantum Electrodynamics*, Benjamin, 1961
- [8] C.N. Yang und R. Mills, Phys.Rev. **96**(1954)191
- [9] H.D. Politzer, Phys.Rev. **C14**(1974)129
- [10] D.J. Gross und F. Wilczek, Phys.Rev.Lett. **30**(1973)1354
- [11] H. Fritzsche und M. Gell-Mann, Proceedings der XVI Intern. Konferenz über Hochenergiephysik, Fermilab, 1972, Band 2, S.135
- [12] J.F. Donoghue, K. Johnson und B.A. Li, Phys.Lett. **B99**(1981)416
- [13] R.L. Jaffe und K. Johnson, *Unconventional States of confined Quarks and Gluons*, Phys.Lett. **B60**(1976)201
- [14] M. Creutz, *Quarks, Gluons and Lattices and MonteCarlo Simulations*, World Scientific, Singapore, 1983
- K. Ishikawa, A. Sato, G. Schierholy und M. Teper, Z.Phys. **C21**(1983)167
- [15] G.S. Bali, Phys.Lett. **B309**(1993)378
- [16] N. Isgur und J. Paton, Phys. Lett. **B124**(1983)247
- [17] D. Hitlin, Proceedings es Intern. Symp. on Lepton and Photon Interactions at High Energies, Cornell, 1983
- [18] F.E. Low, Phys.Rev. **D12**(1975)163
- D.M. Chew und G.F. Chew, Phys.Lett. **B53**(1974)191
- [19] S. Okubo, Phys.Lett. **5**(1963)13
- V. Zweig, CERN report 8419/TH 412, unveröffentlicht
- J. Iizuka, Prog.Theor.Phys. Supplement Nr.37-38, S.21, 1966
- [20] F.E. Low, Phys.Rev. **D12**(1975)163
- [21] M. Derrick et al., Phys.Lett. **B315**(1993)481
- [22] M. Aston et al., Phys.Lett **B180**(1986)308,
- M. Aston et al., Nucl.Phys. **B292**(1987)693
- M. Aston et al., Nucl.Phys. **B296**(1988)493
- [23] D. Morgan, Phys.Lett. **B51**(1974)71
- [24] L. Montanet et al., *Review of Particle Properties*, Phys.Rev. **D50**(1994)2392
- [25] J. Weinstein und N. Isgur, Phys.Rev. **D27**(1983)588
- N.A. Törnqvist, Phys.Rev.Lett. **49**(1982)624

-
- [26] S. Spanier, Dissertation, Mainz, 1994
- [27] J. Lüdemann, *Experimental Review on Scalars, Glueballs and $\pi\pi$ -S-Wave*, Proceedings der XXX. Rencontres de Moriond, 1995
- [28] A. Etkin et al., Phys.Rev. **D25**(1982)2446
- [29] L. Gray et al, Phys.Rev. **D27**(1983)307
- [30] C. Amsler und F.E. Close, *Evidence for Glueballs*, Phys.Rev.D (in Vorbereitung)
- [31] C. Amsler und F.E. Close, *Evidence for a Scalar Glueball*, eingereicht bei Phys.Lett.
- [32] A. Hasan et al., Proceedings der Low Energy Antiproton Konferenz, 1994
- [33] D.V. Bugg, *Further Amplitude Analysis of $\psi \rightarrow \gamma 4\pi$* , Phys.Lett.**B353**(1995)378
- [34] E. Aker et al., *The Crystal Barrel, Meson Spectroscopy at LEAR with a 4π neutral and charged Detector*, CERN/PSCC/85-86, PSCC/P90, 1985
- [35] U. Gastaldi und R. Klapisch, *The LEAR Project and Physics with Low Energy Antiprotons*, CERN-EP/81-06 (1981)
- [36] S. van der Meer, *Stochastic Damping of Betatron Oscillations*, CERN/ISR-Po/72-31(1972)
- [37] G.Reifenröther und E.Klempt, *Antiprotonic Hydrogen, From Atomic Capture to Annihilation*, Nucl.Phys. **A503**(1989)885
- [38] E. Aker et al., *The Crystal Barrel Spectrometer at LEAR*, Nucl.Instrum.Methods **A321**(1992)69
- [39] I. Augustin, *Verfahren zur Eichung des Crystal Barrel Kalorimeters*, Diplomarbeit Universität Karlsruhe (1990)
- [40] H. Kalinowsky und R. Landua, *Crystal Barrel Trigger System*, CB-Note 65(1987), CB-Note 104(1988), unveröffentlicht
M.A. Kunze, *Aufbau und Test eines Triggersystems für das Crystal Barrel Experiment*, Doktorarbeit Universität Karlsruhe (1990)
- [41] K. Braune, *The Fast Cluster Encoder*, CB-Note 41(1986), unveröffentlicht
- [42] R. Brun und J. Zoll, *ZEBRA User's Guide*, CERN Program Library Q100, CERN, 1987
- [43] G. Folger, *Offline Reconstruction Software*, CB-Note 93(1989), unveröffentlicht
- [44] C.A. Meyer, *Chamber Reconstruction Software, LOCATER*, CB-Note 93(1990), unveröffentlicht
- [45] F.H. Heinsius und Th. Kiel, *Crystal Reconstruction Software*, CB-Note 92(1990), unveröffentlicht
- [46] M. Burchell, *Global Tracking Particle Bank Structure*, CB-Note (1991), unveröffentlicht
- [47] B. Stroustrup, *The C++ Programming Language*, Addison Wesley, 1986
- [48] M. Kunze, *Experience with mixed Language Programming*, Proceedings des 2. Intern. Workshop on Software Engineering, Artificial Intelligence and Expert Systems, L'Agelonde, 1992
- [49] T. Degener, M. Kunze, J. Lüdemann und K. Peters, *Object-Oriented Offline Analysis for C++ Programmers, CBoff++*, unveröffentlicht
- [50] HBOOK, CERN Library Entry Y250
- [51] PAW, CERN Library Entry Q21
- [52] N. Hessey, CB-Note 161, unveröffentlicht
- [53] P. Schmidt, *PED-Energy Correction Function for inflight Data*, CB-Note 161a(1994), unveröffentlicht

-
- [54] K. Peters, *The Monte Carlo Programmer's Guide for CB*, CB-Note 96(1990), unveröffentlicht
- [55] R. Glantz, *Untersuchungen zur Richtungsrekonstruktion für Photonen im Crystal-Barrel-Kalorimeter*, Diplomarbeit, Universität Hamburg, 1992, unveröffentlicht
- [56] R. Brun et al., *GEANT 3 User's Guide*, CERN DD/EE/84-1, rev. 1987
- [57] W.R. Nelson, H. Hirayama und D.O. Rogers, *The EGS4 Code System*, SLAC-report, SLAC-265(1985)1
- [58] S. Brandt, *Datenanalyse*, Bibliographisches Institut-Wissenschaftsverlag Mannheim 1964
- [59] A.D. Martin und T.D. Spearman, *Elementary Particle Theory*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1970
- [60] D.V. Bugg, *Formulae used to fit antiproton proton goes to $3\pi^0\eta$ in flight*, CB-Note 273(1995), unveröffentlicht
- [61] A.V. Anisovich und V.V. Anisovich, mündliche Mitteilung
- [62] K. Beuchert, Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1995
K. Beuchert et al., Proceedings der Nucleon-Antinucleon Conference, NAN'95, Moskau, 1995
- [63] J. Lüdemann et al., Proceedings der Third Biennial Conference on Low Energy Antiproton Physics, LEAP'94, Bled, 1994
J. Lüdemann et al., Proceedings der Europhysics Conference on High Energy Physics, EPS-HEP'95, Brüssel, 1995
- [64] W. Weise, Proceedings der Second Low Energy Antiproton Physics Conference, LEAP'92, Courmayeur, 1992
- [65] J.D. Jackson, *Nuevo Cimento* **34**(1964)1644
- [66] J. Pisut und M. Roos, *Nucl.Phys.* **B6**(1968)325
- [67] K.M. Watson, *Phys.Rev.* **88**(1952)1163
- [68] J.M. Blatt und V. Weisskopf, *Theoretical Nuclear Physics*, Wiley, New York, 1952
F. v.Hippel und C. Quigg, *Phys.Rev.* **D5**(1988)563
- [69] K. Peters, mündliche Mitteilung
K. Peters und E. Klempt, *The suppression of $s\bar{s}$ pair creation from tensor meson decays*, *Phys.Lett.* **B352**(1995)467
- [70] D.V. Bugg, mündliche Mitteilung
- [71] S.U. Chung, *$3\pi^0$ in flight*, unveröffentlicht
- [72] S.U. Chung, *Spin Formalisms*, CERN 71-8 (1971)
- [73] A. Messiah, *Quantenmechanik*, Band 2, Walter de Gruyter, Berlin, 1985
- [74] F. James und M. Roos, *MINUIT, Function Minimization and Error Analysis*, CERN DD D506, 1987
- [75] K. Peters, *Beobachtung des $X_2(1515)$ in der Proton-Antiproton-Vernichtung in $3\pi^0$ in Ruhe*, Doktorarbeit Universität Mainz (1991)
E. Aker et al., *Phys.Lett.* **B260**(1991)249
B. May ert al., *Z.Phys.* **C46**(1990)191,203
- [76] L. Bergmann und C. Schaefer, *Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 3, Optik, Kapitel III,13*, de Gruyter, Berlin-New York, 1955
- [77] A.Adamo et al., Proceedings Hadron'93, Como, 1993

-
- [78] D. Alde et al., Phys.Lett. **B241**(1990)600
- [79] B. Moshous, Diplomarbeit, Ruhr-Universität Bochum, 1995, unveröffentlicht
T. Degener et al. ,Proceedings Hadron'95, Manchester, 1995
- [80] S. Godfrey und N. Isgur, Phys.Rev. **D32**(1985)189
R. Kokoski und N. Isgur, *Meson decays by flux-tube breaking*, Phys.Rev. **D35**(1987)907
S. Godfrey, *Mesons, hybrids and glueballs: meson spectroscopy at SuperLEAR*, Proceedings des Workshop on Physics at SuperLEAR, Zürich, 1991

Abbildungsverzeichnis

1.1	Vorhersagen für die leichtesten Gluebälle aus Gitterrechnungen.	3
1.2	Das Nonett der skalaren Mesonen.	4
1.3	Spektrum der invarianten 4π -Masse am MARKIII-Experiment.	6
2.1	Der Antiproton-Komplex am CERN.	8
2.2	Front- und Seitenansicht des Crystal Barrel-Detektors schematisch.	9
2.3	Matrixdarstellung der Kristallstirnflächen in der φ, ϑ -Ebene.	12
2.4	Photographie eines Kristalls mit Ausleseelektronik.	13
2.5	PED-PED-Massenspektren,	15
2.6	Überdeckung des Polarwinkels im Schwerpunktsystem der Reaktion.	16
2.7	Raumwinkelabdeckung im Schwerpunktsystem der Reaktion.	16
3.1	Multiplizitäten vor der Vorselektion.	19
3.2	Energie-Impuls-Verteilung.	19
3.3	Das Vertrauensniveau für die Hypothese $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ bei 1940 MeV/c.	23
3.4	Darstellung der Akzeptanz für die Endzustände $3\pi^0$ und $\pi^0 \eta \eta$	25
3.5	Auflösung der $\gamma\gamma$ -invarianten Masse bei 1940 MeV/c.	26
4.1	Dalitz-Plot Schema.	29
4.2	Kinematische Größen der Drei-Körper-Zustände im Fluge.	30
4.3	Spektrum der $\gamma\gamma$ -invarianten Massen.	31
4.4	Die Signale von ω und η' in der $\gamma\gamma$ -invarianten Masse.	32
4.5	Dalitz-Plot der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ bei 1940 MeV/c.	33
4.6	Invariantes Massenspektrum $\pi^0 \pi^0$ in $3\pi^0$ bei 1940 MeV/c.	33
4.7	Dalitz-Plot für $3\pi^0$ bei 1940 MeV/c für unterschiedliche Produktionswinkel.	34
4.8	Spektren des Endzustandes $\pi^0 \pi^0 \eta$ bei 1940 MeV/c.	35
4.9	Das $a(1900)$ in Messungen des E760 Experimentes.	35
4.10	Spektren des Endzustandes $\pi^0 \eta \eta$ bei 1940 MeV/c.	36
4.11	Unsymmetrischer Dalitz-Plot der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \eta \eta$ bei 1940 MeV/c.	37
4.12	Der Endzustand $\eta \eta \eta$ bei 1940 MeV/c.	37
4.13	Spektren der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ bei 600 MeV/c.	38
4.14	Kosinus des Produktionswinkels für ausgewählte Massenbereiche.	38
5.1	Beitragende Bahndrehimpulse aus Modellrechnungen.	41
6.1	Anpassung mit der einfachsten Hypothese.	53
6.2	Die einfachste Hypothese mit allen Partialwellen, freien Massen und Breiten.	54
6.3	Spektren aus der besten Anpassung.	56
6.4	Ergebnis der Spin-0 Hypothese für den dritten Zwischenzustand.	56
6.5	χ^2 -Verteilung im Dalitz-Plot.	57
6.6	Beiträge der Anfangszustände in der besten Anpassung.	58
6.7	Dalitz-Plot Intensitäten der beitragenden Resonanzen in der besten Anpassung. ...	58
6.8	Massenspektren aus der ersten Anpassung des Endzustandes $\pi^0 \eta \eta$	59
6.9	Massenspektren aus einer fortgeschrittenen Anpassung mit schwerem Tensor.	60
6.10	Massenspektren mit Isovektor.	61
6.11	Massenspektren der besten Anpassung.	61
6.12	Die Abhängigkeit der NLL von Massen und Breiten.	63
7.1	Evidenz für eine $\rho\rho$ -Resonanz am Obelix-Experiment.	66
7.2	Das Signal einer $\omega\omega$ -Resonanz am GAMS-Experiment.	66
7.3	Akzeptanzkorrigierter Dalitz-Plot der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \omega\omega$ bei 1940-MeV/c am Cry-	

	stal Barrel Experiment.	67
C.1	Dalitz-Plots für die Produktion des $f_2(1270)$ aus verschiedenen J^{PC} -Streuzuständen bei 600 MeV/c.	75
C.2	Kosinus des Produktionswinkels des $f_2(1270)$ aus verschiedenen J^{PC} -Streuzuständen bei 600 MeV/c.	76
C.3	Dalitz-Plots für die Produktion eines $f_2(1640)$ aus verschiedenen J^{PC} -Streuzuständen bei 600 MeV/c.	77

Tabellenverzeichnis

2.1	Quantenzahlen und atomspektroskopische Notation des $p\bar{p}$ -Systems.	8
2.2	Technische Daten der Vieldrahtproportionaldrahtkammern.....	10
2.3	Kenndaten der Jet-Driftkammer.....	11
2.4	Technische Daten des elektromagnetischen Kalorimeters.....	13
3.1	Abschätzungen der Fehler für φ und ϑ	22
3.2	Skalierungsfaktoren der Meßfehler.....	23
3.3	Trennung und Zuordnung der Endzustände.....	23
3.4	Rekonstruktionseffizienzen und Fehlzuordnungsraten.....	24
3.5	Ergebnisse der Selektion bei 1940 MeV/c.....	26
3.6	Skalierungsfaktoren der Meßfehler bei 600 MeV/c.....	26
3.7	Rekonstruktionseffizienz und Untergrundunterdrückung bei 600 MeV/c.....	27
3.8	Ergebnisse der Selektion bei 600 MeV/c.....	27
5.1	Tabellarische Übersicht über die in diesem Kapitel benutzten Symbole.....	40
5.2	Abschätzungen der auftretenden Spins.	40
5.3	Anfangszustände und Partialwellen für skalare Resonanzen.....	45
5.4	Anfangszustände und Partialwellen für tensorielle Resonanzen.	45
6.1	Ergebnis der Anpassung der Reaktion $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ bei 600 MeV/c.	55
6.2	Ergebnisse der Anpassungen unterschiedlicher Hypothesen.....	57
6.3	Gang der Analyse $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 \eta \eta$ bei 1940 MeV/c.....	62
6.4	Massen und Breiten aus der besten Anpassung.	62
6.5	Vergleich unterschiedlicher Annahmen für die Spins.	62
7.1	Mögliches Spektrum der 2^{++} -Radialanregungen.	67
7.2	Massen und Breiten der 2^{++} -Radialanregungen nach dem Flux-Tube Modell.....	67

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich all denen danken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

So danke ich meinem Doktorvater Herrn Prof.Dr. H. Koch für die Gelegenheit, am Crystal-Barrel-Experiment zu promovieren. Sein Interesse am Fortgang der Analyse und seine Unterstützung waren von unschätzbarem Wert für die Arbeit.

Ganz besonders bedanken möchte ich mich bei Herrn Dr. K. Peters, der durch seine Expertise auf dem Gebiet der Datenanalyse und dem der Mesonenspektroskopie stets unentbehrlicher Ratgeber und Helfer war. Vielen Dank auch an Herrn Dr. M. Kunze, der mich maßgeblich in der Benutzung moderner Programmiersprachen und Rechnerumgebungen unterstützte.

Für beständige Hilfe, Aufmunterung und vor allem freundschaftliche Atmosphäre danke ich allen Bochumer Kollegen: Herrn Dipl.-Phys. K. Beuchert, Herrn Dipl.-Phys. T. Degener, Herrn Dipl.-Phys. H. Stöck, Herrn Dr. S. Lange, Herrn Dipl.-Phys. J. Salk und Herrn Dipl.-Phys. S. Ravndal. Im gleichen Sinne danken möchte ich den Studenten in unserer Gruppe, insbesondere Herrn B. Moshous, Herrn W. Lifschitz und Herrn M. Ratajczak.

Besonderer Dank Herrn K. Bisitz für seine große Hilfsbereitschaft.

Herrn Prof.Dr. C. Zupancic, Herrn Prof.Dr. D.V. Bugg, Herrn Prof.Dr. V. Anisovich und Herrn Dr. A. Anisovich danke ich für die intensive wissenschaftliche Zusammenarbeit. Die Forschungsaufenthalte in München und am Rutherford Appleton Laboratory hatten unverkennbaren Einfluß auf meine Arbeit.

Herzlichen Dank an Herrn Dr. L. Montanet für die vielen interessanten Gespräche und Anregungen, sowie an die Crystal-Barrel-Kollaboration, den vielen, die den Detektor gebaut und gewartet haben, und denen, mit denen ich so viele Stunden in Genf (bei einem kühlen Bier) diskutiert habe.

Mein größter Dank gilt meinen lieben Eltern, denen ich diese Arbeit widmen möchte. Geduldig haben sie meinen Werdegang verfolgt und mitgeformt und mich in meinem Bestreben immerzu bestärkt. Vielen Dank auch meinem Bruder Ulrich-Werner. Außerdem möchte ich meiner Verlobten Fouzia meinen herzlichsten Dank aussprechen.

Lebenslauf

Name: Jörg Lüdemann

Geboren am: 10. Januar 1967

Geburtsort: Kleve / Niederrhein

Eltern: Dietrich Lüdemann, Diplom-Kaufmann
Heidelind Lüdemann, geb. Bickel

Schulbildung: 1973-1977
Grundschule Mainz-Laubenheim

1977-1986
Bischöfliches Willigis-Gymnasium Mainz
Abitur

Studium: WS 1986/87 - SS 1991
Studium der Physik an der Johannes Gutenberg-Universität Mainz

SS 1990 - SS 1991
Anfertigung der Diplomarbeit mit dem Thema:
„Aufbau einer Niederdruckproportional-kammer zum Nachweis niederenergetischer Antiprotonen“

WS 1991/92 - WS 1995/1996
Dissertation in Physik,
verbunden mit regelmäßigen Aufenthalten am CERN, Genf
und Teilnahmen an internationalen Fachkonferenzen

September 1993
Besuch der „First European Sommer School of Physics“, CERN/JINR,
Zakopane, Polen