Letzte Stunde

- Stokessches Gesetz (Reibungskraft F_R einer Kugel mit Radius R in viskoser Flüssigkeit η)
  $F_R=6\pi\,\eta\,R\,v$
- Reynoldszahl zur Charakterisierung von laminarer/turbulenter Strömung
- Strömungswiderstand $F_W=c_w\,A\,\rho\,v^2/2$

- Transversale Wellen
  - Bewegung quer zur Ausbreitungsrichtung
- Longitudinale Wellen
  - Bewegung parallel zur Ausbreitungsrichtung

Heute

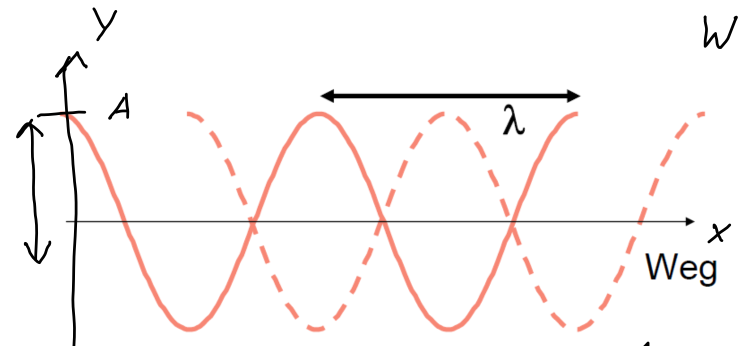
- 9.1 Harmonische Wellen
- 9.2 Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen

http://www.ep1.rub.de/lehre/veranstaltungen/ws0910/physikcbg/

9.1 Periodische Wellen

Alle Wellen können aus der Superposition von harmonischen Wellen erzeugt werden.

Harmonische Welle: Jeder Punkt des Mediums führt eine harmonische Schwingung aus



Wellenlänge λ

Jeder Punkt führt eine harmonische aus

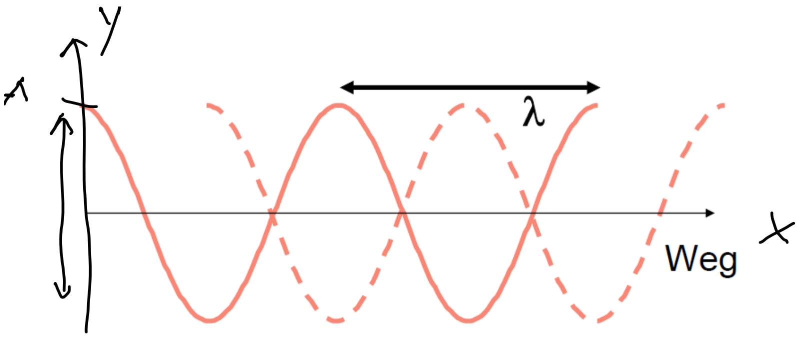
Frequenz ν

Amplitude A

Anregung ν Frequenz

Zeit $T=\frac{1}{\nu}$: Wellenberg um eine Strecke λ fortbewegt

Wellengeschwindigkeit $v=\frac{\lambda}{T}=\nu\cdot\lambda$



Beschreibung: $t = 0$ $\quad y(x) = A \sin\left(2\pi \frac{x}{\lambda} + \delta\right)$

Phasenkonstante abhängig von $x = 0$

$$y(x) = A \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{x}{\lambda}\right)$$

Setze $\delta = 0$

Abkürzung: Wellenzahl $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$y(x) = A \sin(k \cdot x)$$

Bewegung der Welle mit der Geschwindigkeit v

$$x \rightarrow x - v \cdot t$$

$$y(x,t) = A \sin(k(x - vt)) = A \cdot \sin(kx - kvt)$$

$$y(x,t) = A \sin(kx - k \cdot v \cdot t)$$

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{\lambda} v = k \cdot v \qquad v = \nu \cdot \lambda$$

$$\boxed{y(x,t) = A \sin(kx - \omega t)}$$

Harmonische Wellenfunktion

$kx - \omega t$: Phase der Welle

v = Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle

= Phasengeschwindigkeit

$$v = \nu \cdot \lambda = \frac{\omega}{k}$$

Eindimensionale Wellengleichung

$$y(x,t) = A \sin(kx - \omega t)$$

Transversale Welle

Geschwindigkeit eines Punktes in y-Richtung

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -\omega A \cos(kx-\omega t)$$

Beschl. $$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = -\omega^2 A \sin(kx-\omega t)$$

Ableitung nach dem Ort $$\frac{\partial y(x,t)}{\partial x} = k\cdot A\cos(kx-\omega t)$$

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = -k^2 \cdot A \sin(kx-\omega t)$$

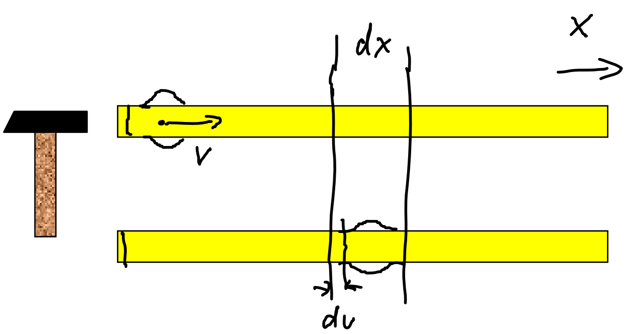
$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}$$

$$v^2 = \frac{\omega^2}{k^2}$$

Eindimensionale Wellengleichung

9.2 Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen

v hängt nur von den Eigenschaften des Mediums ab. Nicht von der Bewegung der Quelle



Querschnitt A

Stauchen um die Länge du

Hookesche Gesetz

$$F_u = E\cdot A\cdot \frac{du}{dx}$$

Elastizitätsmodul Längenänderung

Verschiebung eines Volumenelements

$$dm = \rho\cdot A\cdot dx$$

$$dF_u = dm\cdot \frac{d^2u}{dt^2}$$

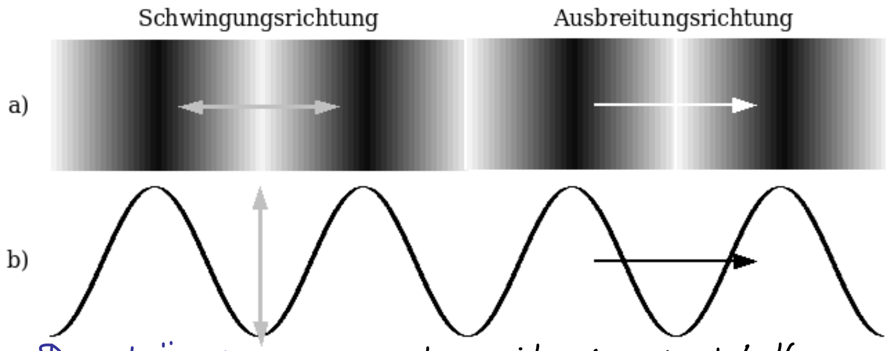
$$\frac{dF_u}{dx} = \rho\cdot A\cdot\frac{d^2u}{dt^2} \qquad \frac{dF_u}{dx} = E\cdot A\,\frac{d^2u}{dx^2}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\rho}{E}\,\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

siehe Wellengleichung $\frac{1}{v^2} = \frac{\rho}{E}$ $\quad v_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ longitudinale Welle

Bsp. Stahldraht: $E = 206$ GPa, $\rho = 7850\ kg/m^3$ $\quad v_L = 5{,}2\ km/s$

Schallwellen



$P(x,t) = P_{max} \cdot \sin(kx - \omega t)$

$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{c_p}{c_v} \cdot \frac{p}{\rho}}$

Druckänderungen, longitudinale Wellen

Kompressionsmodul K

ρ = Dichte des Mediums

Erinnerung: $\frac{\Delta V}{V} = -\frac{1}{K} \cdot \Delta p \longrightarrow \Delta p = \frac{F}{A}$

[c_p, c_v spez. Wärmekapazitäten]

Luft: $\rho = 1{,}293\ kg/m^3$ $\quad K = 7 \cdot 10^4\ Pa$

$v = 330\ m/s$

λ für $\nu = 20 \ldots 20000\ Hz$

$\lambda = v/\nu = 17\ m$ bis $17\ mm$

Wasser: $\rho = 1000\ kg/m^3$ $\quad K = 2 \cdot 10^9\ Pa$ $\quad v = 1400\ m/s$

Helium: $\rho = 0{,}18\ kg/m^3$ $\quad K = 1{,}7 \cdot 10^5\ Pa$ $\quad v = 970\ m/s$

Zusammenfassung

- Harmonische Wellenfunktion für periodische, harmonische Wellen $u(x,t) = A\sin(kx - \omega t)$
  - Wellenzahl $k=2\pi/\lambda$
  - Winkelgeschwindigkeit $\omega=2\pi/\nu$
- Ausbreitungsgeschwindigkeit / Phasengeschwindigkeit einer Welle $v=\nu\lambda=\omega/k$
  - Longitudinale Wellen im Festkörper $v_L = \sqrt{E/\rho}$
  - In Gasen (immer longitudinal) $v_{Schall} = \sqrt{K/\rho_0} = \sqrt{c_p/c_V \cdot p/\rho_0}$
- Schallgeschwindigkeit in Luft v=330 m/s (bei 0°C)