

## Letzte Stunde

- Venturi-Effekt: Wenn ein strömendes Fluid eine Engstelle passiert, steigt die Strömungsgeschwindigkeit und der Druck fällt.
- Bernoulli-Gleichung mit Höhenunterschied

$$p + \rho \cdot g \cdot h + \frac{\rho}{2} v^2 = p_g = \text{konst.}$$

(inkompressibel, keine Reibung, keine Turbulenz)

## Heute

- 8.6 Viskose Strömungen

<http://www.ep1.rub.de/lehre/veranstaltungen/ws0910/physikcbg/>

# 8.6 Viskose Strömungen

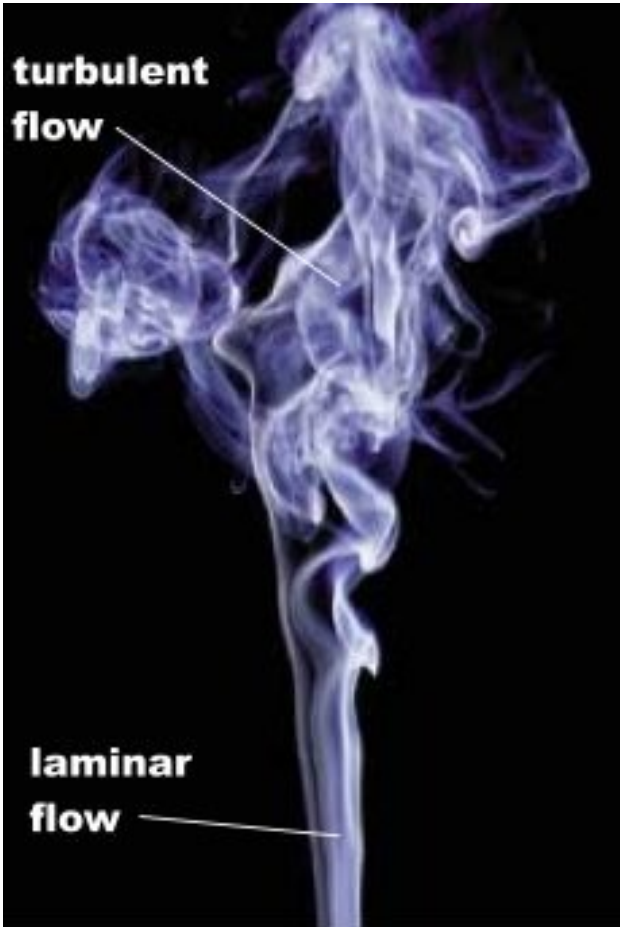
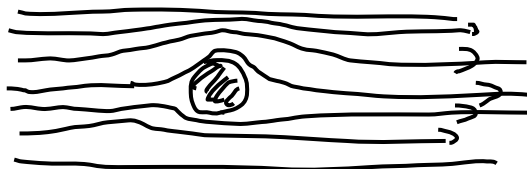
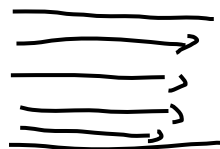
## Turbulente Strömung

Bei größeren Geschwindigkeiten bilden sich Wirbel



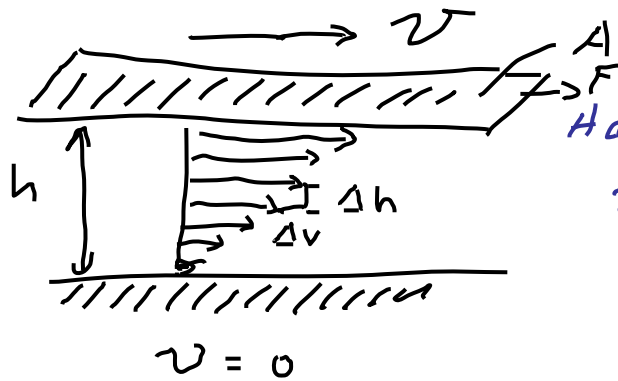
## Laminare Strömung

Schichten der Flüssigkeiten gleiten übereinander hinweg



# Viskosität

Viskose Flüssigkeiten. Reibung spielt eine Rolle



Viskosität  $\eta$

Adhäsionskräfte

$v$  hängt vom  $A$  Abstand ab

Geschwind. gefälle  $\frac{\Delta v}{\Delta h}$

nicht notwendig linear

$dv/dh$

Scherspannung.  $\tau = F / A$

Viskosität  $\eta = \frac{\tau}{(dv/dh)}$   
(experimentell)

Newton'sche Reibungsgesetz

$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{dv}{dh}$$

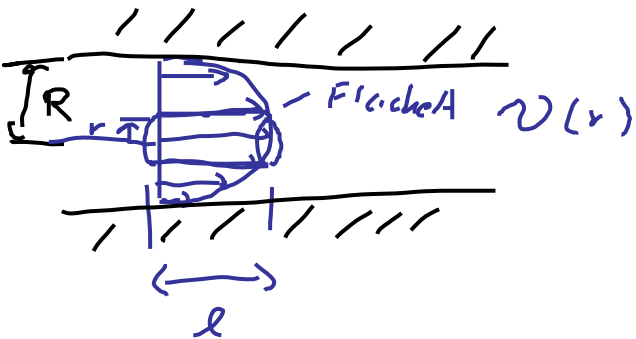
dynamische Viskosität  $\eta$

$$[\eta] = \frac{N \cdot s}{m^2} = Pa \cdot s$$

<u>Bsp</u>	Stoff	Temperatur	$\eta$ in mPa·s
	Wasser	0°C	1,8
		20°C	1,0
		100°C	0,3
	Blut	37°C	4
	Motorenöl	20°	20.. 10000
	Luft	0°	0,017

# Gesetz von Hagen-Poiseulle

Laminare Strömung im Rohr  
mit Reibung



Herleitung

Betrachte Fläche A  
(Zylindermantel im Innern)

Druckkraft

Reibungskraft

$$(P_1 - P_2) \cdot \pi r^2 = -\eta \cdot A \frac{dv}{dr} = -\eta 2\pi r \cdot l \cdot \frac{dv}{dr}$$

Abnahme der  
Geschwindigkeit mit wachsendem Radius

$$v \, dr = - \frac{2 \eta l}{P_1 - P_2} \cdot dv$$

$$r^2 = - \frac{4 \eta l}{P_1 - P_2} v + C$$

Integration

C = Integrationskonstante

Haftbedingungen:  $v = 0$  für  $r = R$

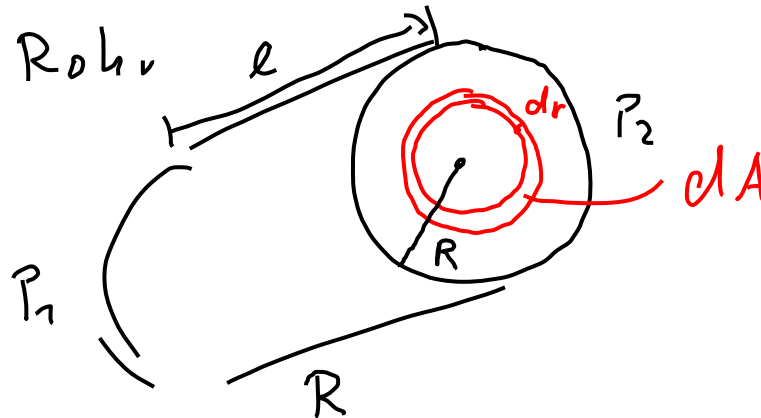
$$C = R^2$$

$$v(r) = \frac{P_1 - P_2}{4 \eta l} (R^2 - r^2)$$

Parabolisches Geschwindigkeitsprofil

# Gesetz von Hagen-Poiseulle

Berechnung des Volumenstromes durch das



$$dA = 2\pi r \cdot dr$$

$$dI = v(r) \cdot dA \quad (\text{Kontinuitätsgleichung})$$

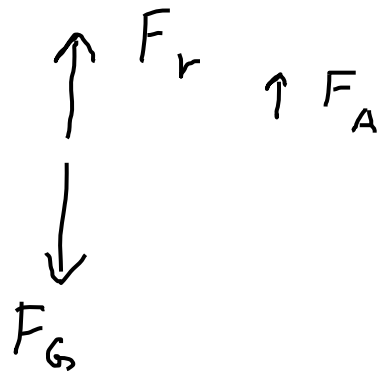
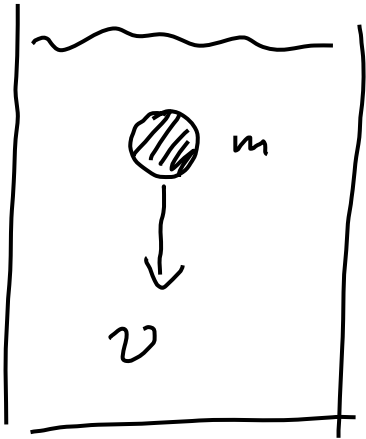
$$I_v = \int_0^R 2\pi r \frac{P_1 - P_2}{4\eta l} (R^2 - r^2) dr$$

$$I_v = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi \cdot R^4}{8\eta} \cdot \frac{(P_1 - P_2)}{l} \quad \text{Gesetz von Hagen-Poiseulle}$$

Bsp. Wasser Schlauch Volumenstrom  
 $1/2'' \rightarrow 3/4''$   
 $I_1 = c \left(\frac{1}{2}\right)^4$   
 $I_2 = c \left(\frac{3}{4}\right)^4$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^4}{\left(\frac{1}{2}\right)^4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16} \approx 5$$

# Stokessches Gesetz



$$F_r = 6 \pi \eta R \cdot v$$

# Zusammenfassung

- Laminare Strömung
  - Schichten der Flüssigkeit (Lamellen) gleiten übereinander hinweg
- Turbulente Strömung
  - Bei größeren Geschwindigkeiten bilden sich Wirbel
- Viskosität  $\eta$ 
  - Zähigkeit der Flüssigkeit, Einheit: Pa s
- Gesetz von Hagen-Poiseulle
  - Volumstrom im Rohr Radius  $R$ , Länge  $l$ , Druckunterschied  $p_1 - p_2$

$$I_V = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{p_1 - p_2}{l}$$