

Letzte Stunde

- Erzwungene Schwingungen
 - Phasendifferenz von $\pi/2$ bei Anregung mit der Eigenfrequenz des Oszillators \rightarrow Resonanz
- Überlagerung von Schwingungen
 - Räumliche Überlagerung: Lissajous-Figuren
 - Zeitliche Überlagerung: Interferenz, Schwebung
 - Gekoppelte Oszillatoren:
 - Fundamentalschwingungen: Gleichtakt, Gegentakt
 - Schwebung

Heute

- 7. Elastizität fester Körper: Spannung und Dehnung

<http://www.ep1.rub.de/lehre/veranstaltungen/ws0910/physikcbg/>

7. Elastizität fester Körper: Spannung und Dehnung

Homogene Körper: Dichte und chemische Zusammensetzung konstant über den gesamten Volumenbereich.

$$\text{Dichte: } \rho = \frac{m}{V} \quad [\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{1}{1000} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Dichte

Wasser: 1 g/cm³

Lithium: 0,53 g/cm³

Al: 2,7 g/cm³

Fe: 7,87 g/cm³

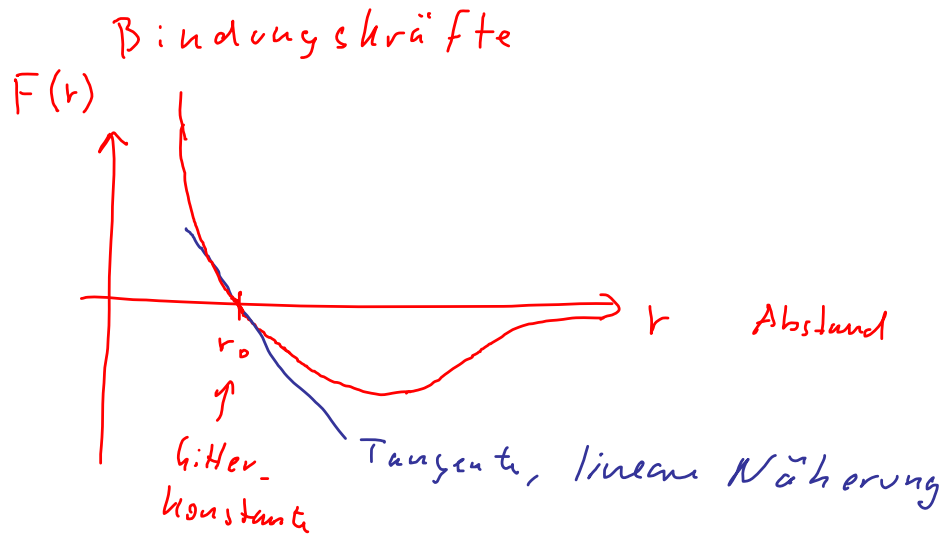
Pb: 11,35 g/cm³

U: 18,95 g/cm³

Pt: 21,45 g/cm³

Festkörper:

Elemente, Moleküle



Dehnung

elastische Dehnung

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \frac{F}{A} = \frac{1}{E} \sigma$$

F = Zug- / Druck- Spannung

E Elastizitätsmodul $[E] = \frac{N}{m^2}$

σ Spannung = $\sigma = \frac{F}{A}$ $[\sigma] = \frac{N}{m^2} = Pa$ Pascal

Zahlenbeispiele E :

Stahl 200 GPa

Kupfer 100 GPa

Glas 70 GPa

Blei 16 GPa

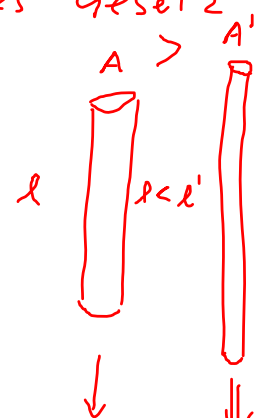
Gummi 0,005 GPa

Experiment Stahdraht:
 Drahtdurchmesser: 0,3 mm
 Länge l: 7 m
 Kraft F: 9,81 N
 Längenänderung: 0,5 cm
 Druck: $1,3 \cdot 10^8$ Pa
 $E = 182$ GPa

$$F = \left(E \cdot \frac{A}{l} \right) \cdot \Delta l$$

$$F = K \Delta l$$

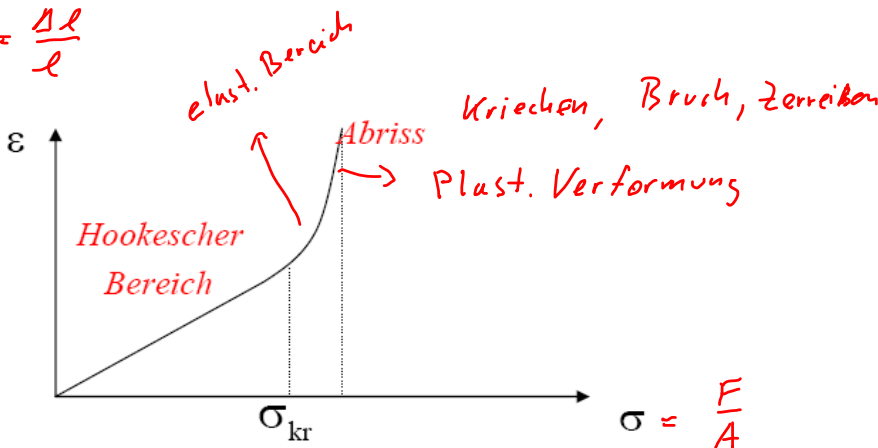
Hookesches Gesetz 2



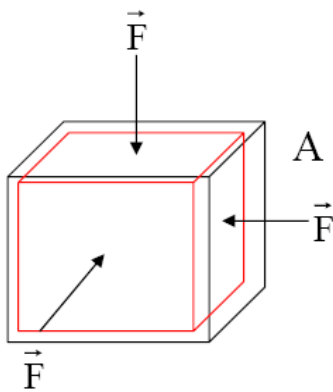
Zuerst: Volumen konstant

Querkontraktion

$$F = \frac{\Delta l}{l}$$



Kompression



Druck $\left(\frac{F}{A} \right)$ von allen Seiten

F senkrecht auf A

$$\frac{\Delta V}{V} = - \frac{1}{K} \cdot \frac{F}{A} = -\kappa P$$

↑ Druck

K = Kompressionsmodul

$$[K] = \frac{N}{m^2}$$

κ (Kappa)

Kompressibilität

Al $\kappa = 1,34 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{N}$

Cu $\kappa = 0,72 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{N}$

Bsp. Al Würfel 10 cm Kantenlänge

In 1000 m Wassertiefe

$P = 10 \text{ MPa}$ pro Meter Meerestiefe

$$V = 10^{-3} \text{ m}^3 \quad \Delta P = 10^7 \text{ Pa}$$

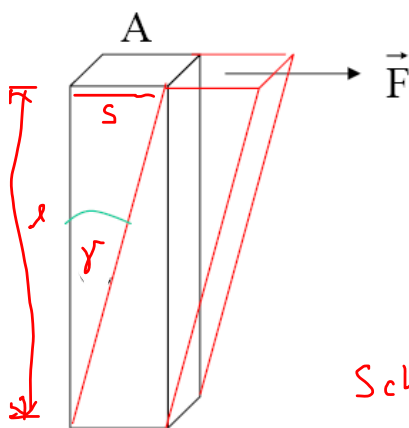
$$K = 1,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{N}$$

$$\frac{\Delta V}{V} = -K \cdot \Delta P$$

$$\Delta V = -K \cdot V_0 \cdot \Delta P = -1,3 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{-3} \cdot 10^7 \text{ m}^3$$

$$\Delta V = -1,3 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3 \\ = - (5 \text{ mm})^3$$

Scherung/Torsion



Kraft ist tangential

zur Oberfläche

→ Änderung der Gestalt

(nicht Volumen)

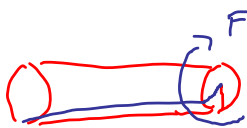
$$\frac{s}{l} = \tan \gamma \approx \gamma \quad (\text{Bogenmaß!})$$

$$\text{Schubspannung } \tau = \frac{F}{A} \quad [\tau] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa}$$

$$\tau = \gamma \cdot G$$

$G = \text{Schub-, Scher-, Torsionsmodul}$

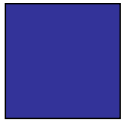
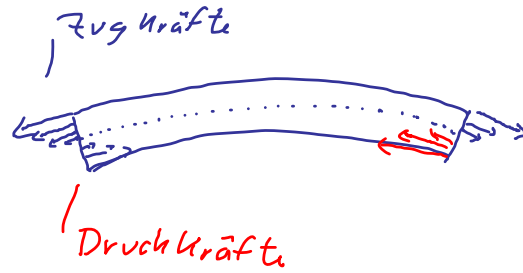
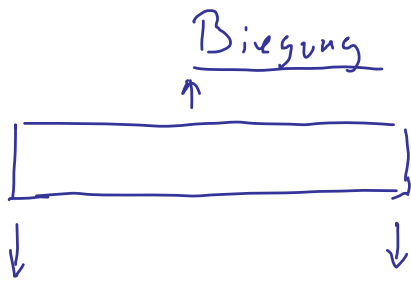
$$[G] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \frac{1}{\text{rad}}$$



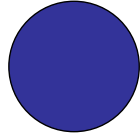
Torsion

Richtgröße K
(Torsionssteifigkeit)

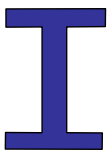
$$K = \frac{\pi}{2} \cdot G \frac{R^4}{l}$$



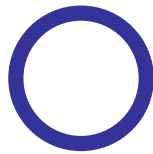
$$A=1$$



$$A=1,03$$



$$A=0,39$$



$$A=0,25$$

Anwendung

Stahlbeton

	Stahl	Beton
Zugfestigkeit	520	2
Druckfestigkeit	520	17
Einheiten: MN/m ²		

Stäbe mit gleicher Biegefestigkeit (Fläche A normiert auf Quadrat)

Zusammenfassung

- Festkörper: Dichte $\rho = \frac{m}{V}$
- Elastizität
- Einfache Deformationen
 - Zugdeformation $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \frac{F}{A} = \frac{1}{E} \sigma$
 - Kompression $\frac{\Delta V}{V} = \frac{1}{K} \Delta p = \kappa \cdot \Delta p$
 - Scherung $\tau = \frac{F}{A} = G \cdot \tan \gamma$
 - Torsion $M = \frac{\pi}{2} G \frac{R^4}{l} \cdot \beta$
 - Biegung

Drahtlänge l

Elastizitätsmodul E

Kraft F , Fläche A

Spannung σ , Druck p

Kompressionsmodul K

Kompressibilität κ

Schub - / Scher - /

Torsionsmodul G

Winkel bei Scherung γ

Drehwinkel β

Drehmoment M

Radius R