Letzte Stunde

- Zentripetalkraft hält Massen auf Kreisbahn
  $F = m\,a_r = m\,r\,\omega^2 = m\,v_B^2 / r$
- Radialbeschleunigung hat im rotierenden Bezugssystem die Zentrifugalkraft zur Folge
- Die Corioliskraft wirkt senkrecht auf die Bewegungsrichtung und senkrecht zur Drehachse: Dies führt auf der Nordhalbkugel zu einer Ablenkung nach rechts (in Bewegungsrichtung des Objekts betrachtet)
- Drehmoment $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \qquad [M] = \mathrm{Nm}$
  $|\vec{M}| = |\vec{r}|\,|\vec{F}| \sin\alpha$

Heute

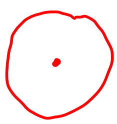
- 5.5 Schwerpunkt, Gleichgewicht und Statik
- 5.6. Trägheitsmoment

http://www.ep1.rub.de/lehre/veranstaltungen/ws0910/physikcbg/

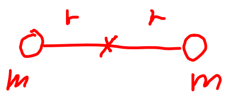
5.5 Schwerpunkt, Gleichgewicht und Statik

Alle durch die Masseverteilung bewirkten Kräfte kompensieren sich, wenn der Körper im Massenmittelpunkt gelagert: $\sum_i \vec{M}_c = 0$

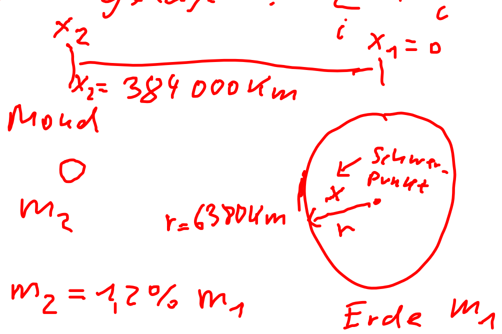
Bsp. Erde



2 Massen:



Linear: $x_s = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$

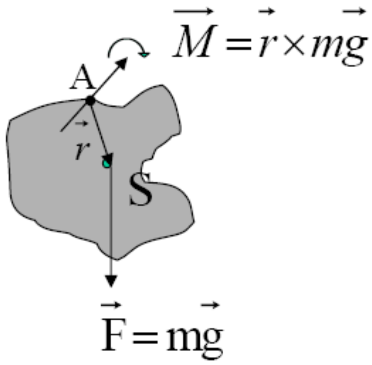


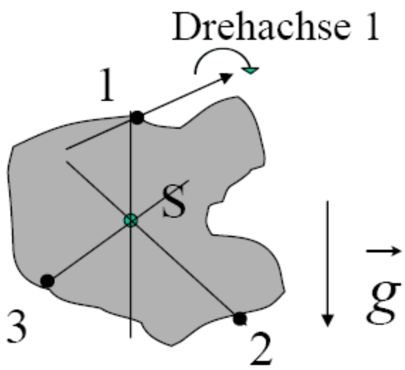
$m_2 = 1{,}2\%\ m_1$

$$x_s = \frac{m_2 \cdot x_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2/m_1 \cdot x_2}{1 + m_2/m_1}$$

$$= \frac{0{,}012 \cdot 384.000\,\text{km}}{1 + 0{,}012} = 4120\,\text{km}$$

Schwerpunktbestimmung





Gleichgewicht

Schwerpunkt →

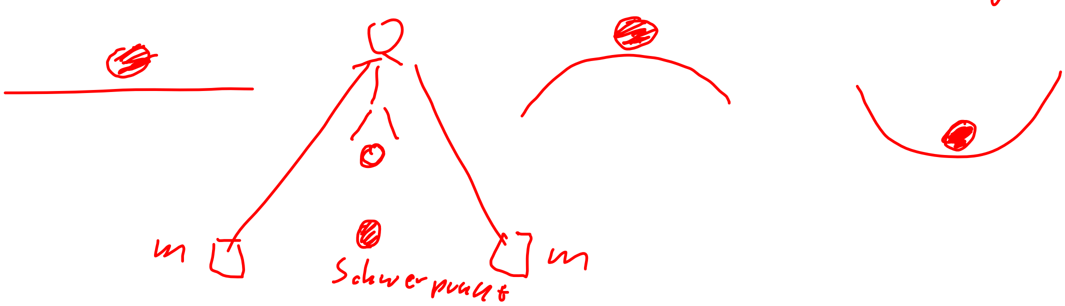
Lagerpunkt

F_G

Indifferentes Gleichgewicht

labiles Gleichgewicht

stabiles Gleichgewicht



Statik

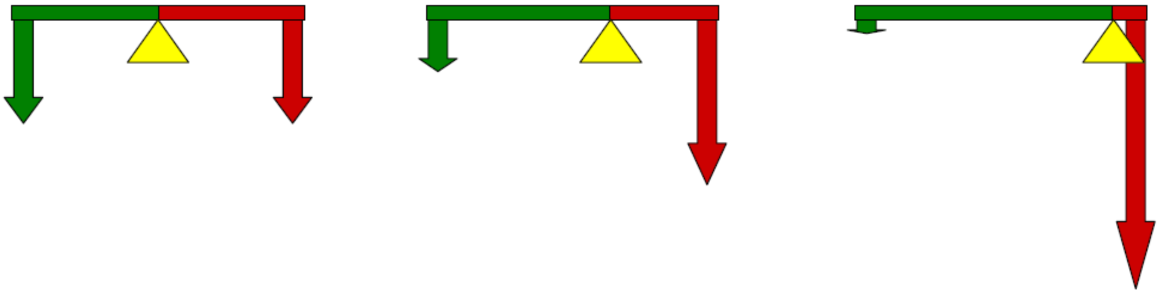
$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

Kräftegleichgewicht:

$$\sum_i \vec{F}_i = 0$$

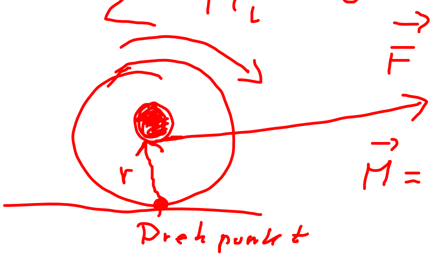
Drehmoment-Gleichgewicht:

$$\vec{M}_1 = -\vec{M}_2$$

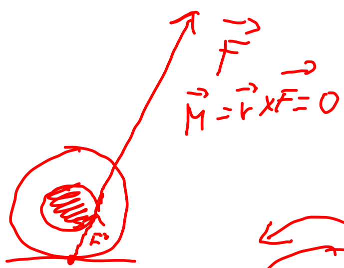


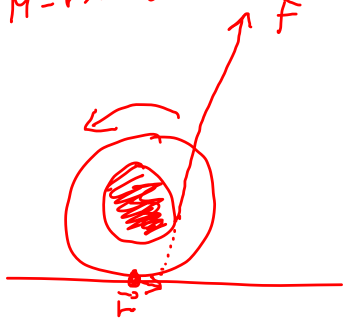
Versuch Garnrolle:

$$\sum \vec{M}_i = 0$$

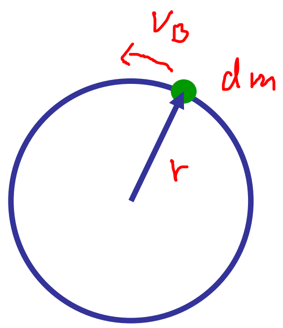


$$\vec{M} = \vec{r} \times F$$





5.6 Trägheitsmoment



Massenelement

Drehmoment bewirkt die Drehung

$v_B = \omega \cdot r$

$\frac{dv_B}{dt} = \frac{d\omega}{dt} \cdot r$

linear: $F = dm \cdot a$

Rotation: Winkelbeschleunigung α

$$\underline{\underline{\alpha}} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{dv_B}{dt} \cdot \frac{1}{r} = a \cdot \frac{1}{r} = \underline{\underline{\frac{F}{dm} \cdot \frac{1}{r}}}$$

$F = dm \cdot r \cdot \alpha$

Drehmoment verursacht durch die Trägheit eines Massenelementes:

$M = r \cdot F$

$M = (dm \cdot r^2) \cdot \alpha$

$M = (dm \cdot r^2) \cdot \alpha$

Integration über alle Massenelemente

$M = J \cdot \alpha$

mit

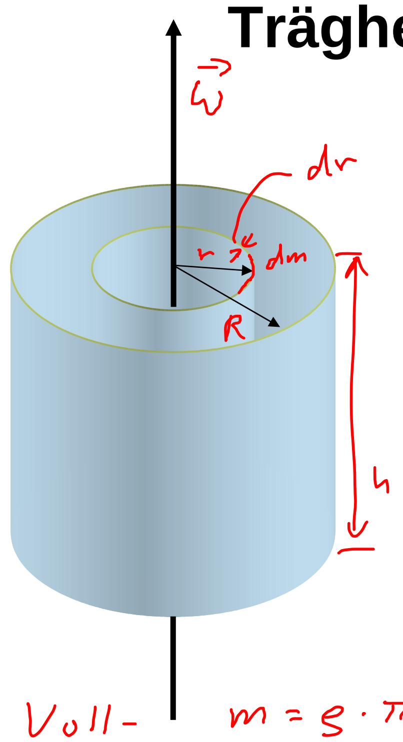
$$\boxed{J = \int_0^m r^2 \, dm}$$

J = Massenträgheitsmoment

$[J] = kg \cdot m^2$

Trägheitsmoment hängt von der Drehachse ab.

Trägheitsmoment Vollzylinder



Masse über Dichte (Abstand r)

$$dm = \rho \cdot dV = \rho\, 2\pi r \cdot dr \cdot h$$

Integration über alle Radien

$$J = \int_0^R r^2\, dm = \int_0^R r^2 \rho\, 2\pi r \cdot h \cdot dr$$

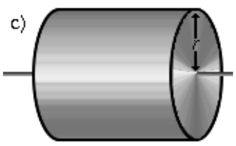
$$= \rho\, 2\pi h \int_0^R r^3\, dr = \frac{1}{2} \pi \rho \cdot h \cdot R^4$$

Vollzylinder: $m = \rho \cdot \pi R^2 \cdot h$

$$\boxed{J = \frac{1}{2} m R^2}$$

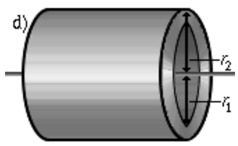
Trägheitsmomente

c)



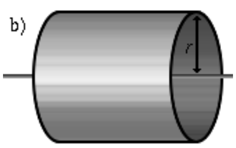
$$J_{Vollzylinder} = \frac{1}{2} m r^2$$

d)



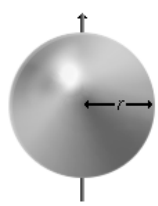
$$J_{Hohlzylinder} = \frac{1}{2} m (r_1^2 + r_2^2)$$

b)



$$J_{Hohlzylinder} = m r^2 \qquad \text{(dünnwandig)}$$

j)



$$J_{Kugel} = \frac{2}{5} m r^2$$

Zusammenfassung

- Der Schwerpunkt entspricht dem Massenmittelpunkt
- Die Lage des Schwerpunktes bezüglich des Lagerpunktes bestimmt das Gleichgewicht (indifferent, labil, stabil)
- In der Statik gilt: $\sum_i \vec{F}_i = 0 \qquad \sum_i \vec{M}_i = 0$
- Trägheitsmoment $J = \int_0^m r^2 \mathrm{d}m$

$$J_{Vollzylinder} = \frac{1}{2} m\, r^2$$

$$J_{Hohlzylinder} = \frac{1}{2} m\, (r_1^2 + r_2^2)$$

$$J_{Kugel} = \frac{2}{5} m\, r^2$$