

## 4. Arbeit, Energie und Leistung

### Letzte Stunde

- Arbeit (1 J = 1 Nm):  $W = \int_{s_1}^{s_2} \vec{F} \, d\vec{s}$

- „Arbeit = gespeicherte Energie“
- Energie (1 J = 1 Nm)
  - potenzielle Energie (Lageenergie)
  - kinetische Energie (Bewegungsenergie)
- **Energieerhaltung**  $\sum E_i = \text{const.}$
- Leistung (1 W = 1 J/s)  $P = dW / dt$

$$E_{\text{pot.}} = m g h$$

$$E_{\text{pot.,Feder}} = \frac{1}{2} k x^2$$

$$E_{\text{kin.}} = \frac{1}{2} m v^2$$

### Heute

- Stoßgesetze: elastischer / unelastischer Stoß

<http://www.ep1.rub.de/lehre/veranstaltungen/ws0910/physikcbg/>

### Energieerhaltungssatz

In einem abgeschlossenen System,  
das keine Energie mit der Außenwelt austauscht,  
bleibt die Gesamtenergie erhalten.

## Anwendung: Energieerhaltung, Leistung

# Pumpspeicherwerk

Koepchenwerk in Herdecke: Leistung 150 MW für ca. 4 Stunden



$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$$

↑

$h \approx 140 \text{ m}$

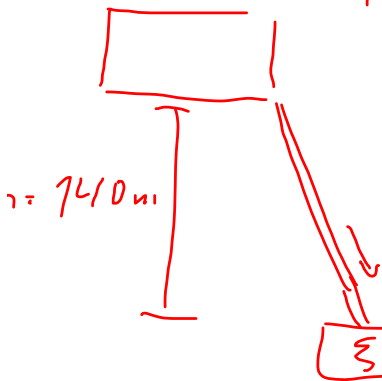
---

$E_{\text{elektr.}}$

Energieerhaltung

$\text{H}_2\text{O}$   $V = 1,5 \cdot 10^6 \text{ m}^3$

$$m = \rho \cdot V = \frac{1000 \text{ kg}}{\text{m}^3} \cdot 1,5 \cdot 10^6 \text{ m}^3 = 1,5 \cdot 10^9 \text{ kg}$$



$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$$

$$= 1,5 \cdot 10^9 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 140 \text{ m}$$

$$\approx 2,1 \cdot 10^{12} \text{ J}$$

$$\approx 590\,000 \text{ kWh}$$

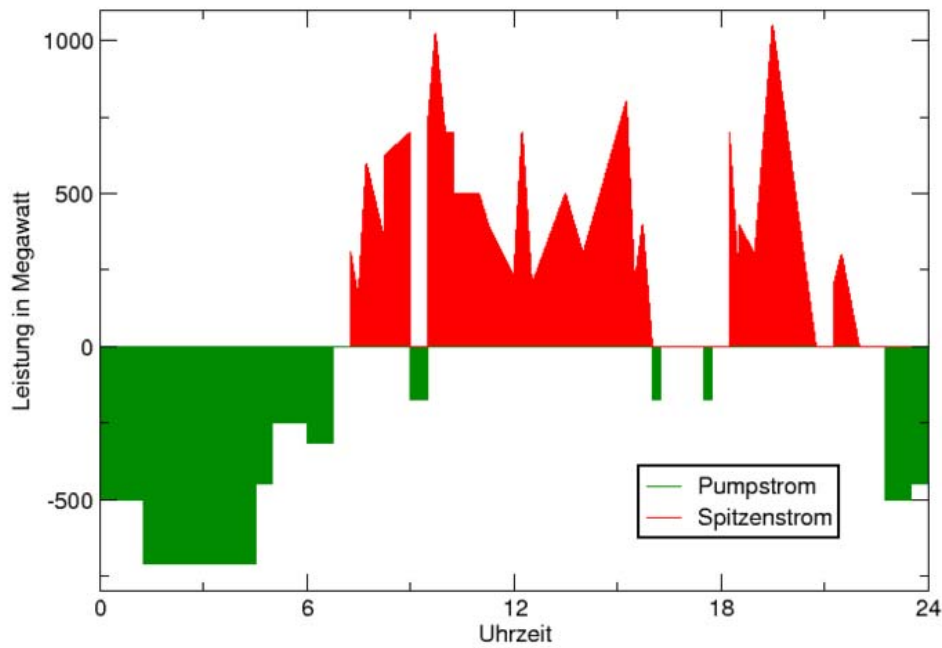
Umwandlung in elektr. Energie

Leistung  
110 m<sup>3</sup> pro Sekunde

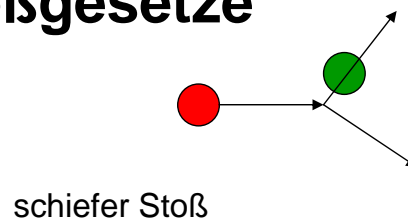
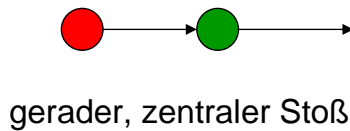
$$P = \frac{E}{t} = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} = \frac{110 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 140 \text{ m}}{1 \text{ s}} = \underline{\underline{150 \text{ MW}}}$$

$$\text{Wirkungsgrad } \eta = \frac{P_{\text{abgegeben}}}{P_{\text{aufgenommen}}} = 75\% \text{ (Angabe vom Koepchenwerk)}$$

## Tagesgang eines anderen Pumpkraftwerkes



## 4.4 Stoßgesetze



### Erhaltungssätze

Energierhaltung

Impulserhaltung

$$P_{\text{vorher}} = P_{\text{nachher}}$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 c_1 + m_2 c_2$$

$$c_1, c_2 = ?$$



## 4.4.1 Unelastischer Stoß

[http://de.wikipedia.org/wiki/Sto%C3%9F\\_\(Physik\)](http://de.wikipedia.org/wiki/Sto%C3%9F_(Physik))

m

m

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 v_2 = m_1 c_1 + m_2 c_2 \quad C = C_1 = C_2$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) \cdot C$$

$$C = \frac{m_1 v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$$

Bsp.: Luftkissensbahn

$$m_1 = m_2$$

$$C = \frac{m_1 \cdot v_1}{2m_1} = \frac{1}{2} v_1$$

$$v_2 = 0$$

$$v_2 = -v_1 \quad m_1 = m_2$$

$$C = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_1 (-v_1)}{2m_1} = 0$$

Energieerhaltung beim unelast. Stoß?

vor dem Stoß

nach dem Stoß

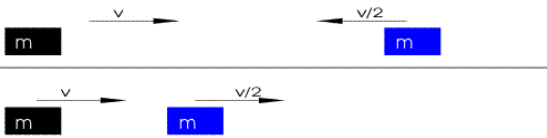
$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) C^2 \\ &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \left( \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \right)^2 \end{aligned}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)^2 \geq 0$$

$$m_1 = m_2, \quad v_2 = 0$$

$$\Delta E = \frac{1}{4} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} E_{\text{kin, vorher}}$$

## 4.4.2 Elastischer Stoß



[http://de.wikipedia.org/wiki/Sto%C3%9F\\_\(Physik\)](http://de.wikipedia.org/wiki/Sto%C3%9F_(Physik))

Keine Deformation, keine Erwärmung  
Energieerhaltung für die Bewegungsenergie  
Impulserhaltung

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 c_1^2}{2} + \frac{m_2 c_2^2}{2} \quad \text{Energieerhaltung}$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 c_1 + m_2 c_2 \quad \text{Impulserhaltung}$$

$$m_1 (v_1^2 - c_1^2) = m_2 (c_2^2 - v_2^2)$$

$$m_1 (v_1 + c_1)(v_1 - c_1) = m_2 (c_2 + v_2)(c_2 - v_2)$$

$$m_1 (v_1 - c_1) = m_2 (c_2 - v_2) \quad \text{divid.}$$

$$v_1 + c_1 = c_2 + v_2$$

Endgeschwindigkeiten beim elastischen Stoß:

$$c_1 = \frac{v_1(m_1 - m_2) + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$c_2 = \frac{v_2(m_2 - m_1) + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

Sonderfälle

a)  $m_1 = m_2 = m$

$$c_1 = \frac{2m}{2m} \cdot v_2 = v_2$$

$$c_2 = \frac{2m}{m+m} \cdot v_1 = v_1$$

Vertauschen der Geschwindigkeiten

b)  $v_2 = 0 \rightarrow c_1 = 0$   
 $c_2 = v_1$

c)  $m_2 = 2 \cdot m_1$   $v_2 = 0$

$$c_1 = \frac{v_1(-m_1)}{3m_1} = -\frac{1}{3} v_1$$

$$c_2 = \frac{2m_1}{3m_1} \cdot v_1 = \frac{2}{3} v_1$$

d)  $m_2 = \infty$  (feststehende Wand)  $c_1 \approx -v_1$   $c_2 \approx 0$

# Zusammenfassung

- Stoß
  - Impulserhaltung ist immer erfüllt
- Vollkommen unelastischer Stoß
  - Stoßpartner bleiben aneinander haften und bewegen sich gemeinsam mit der Geschwindigkeit ihres Massenmittelpunkts
  - Energie geht z.T. in Verformung/Wärme über
- Elastischer Stoß
  - Summe der Energien ist vor und nach dem Stoß gleich
  - Sonderfall: Reflexion an einer Wand  $c_1 = -v_1$