

## Letzte Stunde

- Isobare Zustandsänderungen (konst. Druck)
  - Enthalpie  $H=U + p V$
- Adiabatische Zustandsänderungen
  - kein Wärmeaustausch mit der Umgebung ( $dQ=0$ )
  - bei guter Isolation oder sehr schneller Prozessführung
  - Temperaturänderungen bei Kompression/Expansion
  - $p V^\kappa = \text{const.}$  mit Adiabatenexponent  $\kappa=c_p/c_v$

## Heute

- 14. Wärmekraftmaschinen

<http://www.ep1.rub.de/lehre/veranstaltungen/ws0910/physikcbg/>



Dampflokomotive (Baujahr 1918) in Bochum-Dahlhausen



Kraft-Wärmekopplung mit Stirling-Motor (2009)

# 14. Wärmekraftmaschinen und 2. Hauptsatz, Entropie

Technische Anwendungen der Zustandsänderungen

- Wärmekraftmaschinen
- Kältemaschinen / Wärmepumpe

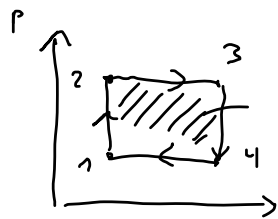
Arbeiten zyklisch

- am Ende vom Zyklus gleicher Zustand

$P, V, T$

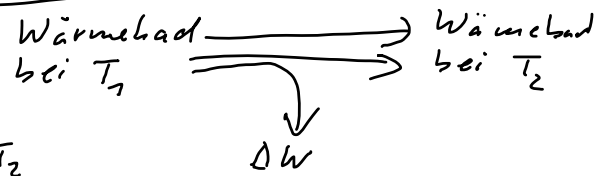
- wenn nicht:

überhitzen  
explodieren  
bleibt stehen

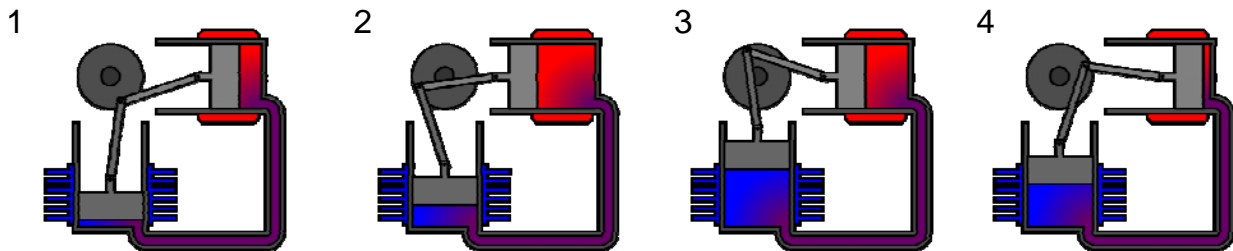


zu Verfügung  
stehende Arbeit

(Bsp. nicht möglich)



## 14.1. Kreisprozess: Heißluftmotor/Stirling-Motor



1 -> 2 Gasexpansion bei Heiß und Radbeschleunigung

2 -> 3 Gastransfer von Heiß zu Kalt

3,4 -> 1 Gasverdichtung und Transfer zu Heiß  
(kleine negative Radbeschleunigung)

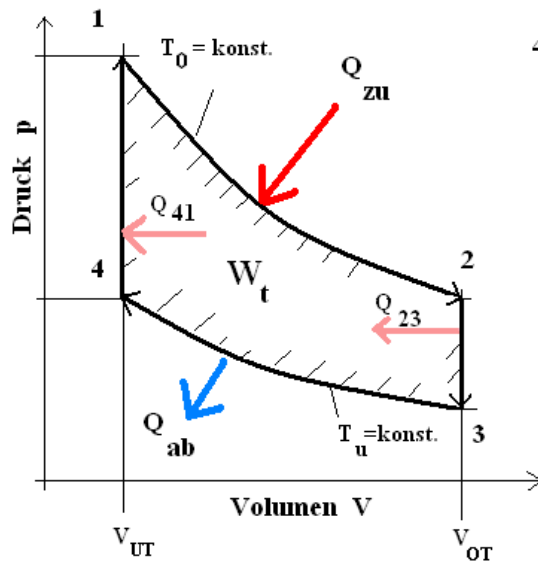
Nach einem Zyklus: Rad beschleunigt, Gas im Ausgangszustand

Bilder: [http://en.wikipedia.org/wiki/Stirling\\_engine](http://en.wikipedia.org/wiki/Stirling_engine)

Robert Stirling (1790 – 1878)

# Wärme­kraft­ma­chine: Stirling­mo­tor

## Stirling - Prozess



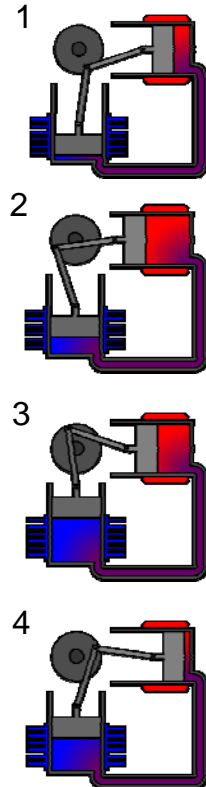
- 1 - 2 Isotherme Expansion Bild 1
- 2 - 3 Isochore Wärmeabfuhr Bild 2
- 3 - 4 Isotherme Kompression Bild 3
- 4 - 1 Isochore Wärmezufuhr Bild 4

Abgegebene technische Arbeit:

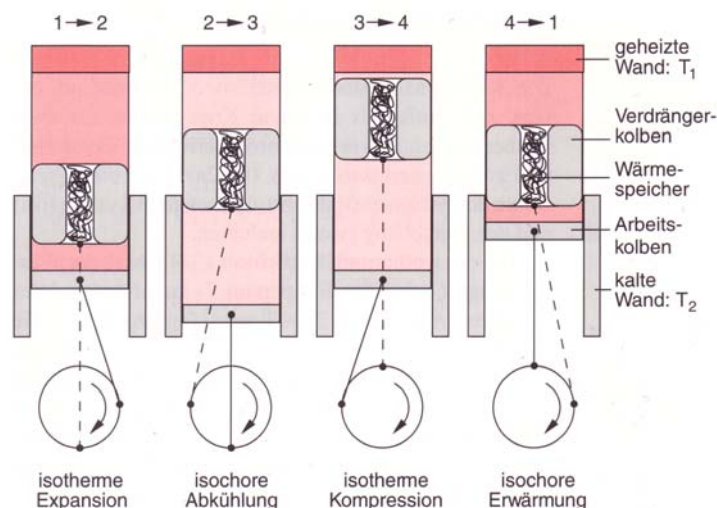
$$W_t = Q_{zu} - |Q|_{ab}$$

Innerer Wärmeaustausch mit dem Verdrängerkolben (Regenerator):

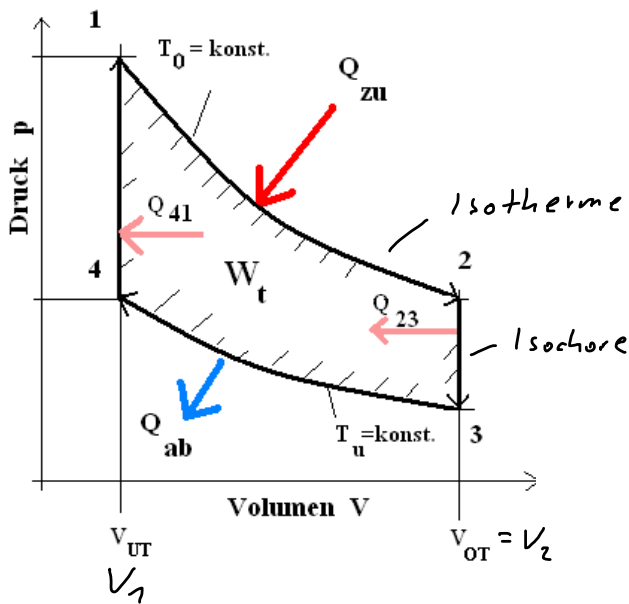
$$Q_{41} = |Q|_{23}$$



## Stirlingmotor mit Regenerator



Regenerator könnte bei  $(T_1+T_2)/2$  arbeiten und eine hohe Wärmekapazität besitzen. Bei der isochoren Abkühlung wird der Regenerator mit Wärmeenergie versorgt. Mit dieser Energie kann sich der Regenerator und des heiße Wärmebad den Aufwand für die Gaserwärmung bei der isochoren Erwärmung teilen. Das heiße Wärmebad muss weniger Energie abgeben als ohne Regenerator. Damit steigt der Wirkungsgrad des Stirling-Motors.



## Stirling-Motor

1-2 Isotherme Expansion

$$Q_{zu} = -W_{12} = nRT_0 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

2-3 Isochore Abkühlung  
 $\Delta U = \Delta Q$

$$Q_{23} = n c_v (T_u - T_0)$$

3-4 Isotherme Kompression

$$Q_{ab} = -W_{34} = nRT_u \cdot \ln \frac{V_1}{V_2}$$

4-1 Isochore Erwärmung

$$Q_{41} = n c_v (T_0 - T_u)$$

### Energiebilanz

$$Q_{23} + Q_{41} = 0$$

$$\Leftrightarrow W_T = W_{12} + W_{34}$$

$$-W_T = Q_{zu} + Q_{ab}$$

$$-W_T = Q_{zu} + Q_{ab} \quad \underbrace{- \ln \frac{V_2}{V_1}}$$

$$= nRT_0 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} + nRT_u \cdot \ln \frac{V_1}{V_2}$$

$$-W_T = nR(T_0 - T_u) \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Versuch

$$n = \frac{0,142}{22,4} \cdot \text{mol}$$

$$R = 8,3145 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{2}{1}$$

Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{|W|}{Q_{zu}} = \frac{nR(T_0 - T_u) \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}}{nRT_0 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_0 - T_u}{T_0}$$

# 14.2. Kreisprozess von Carnot

idealer Kreisprozess

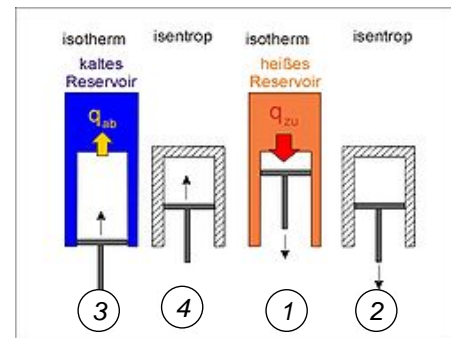
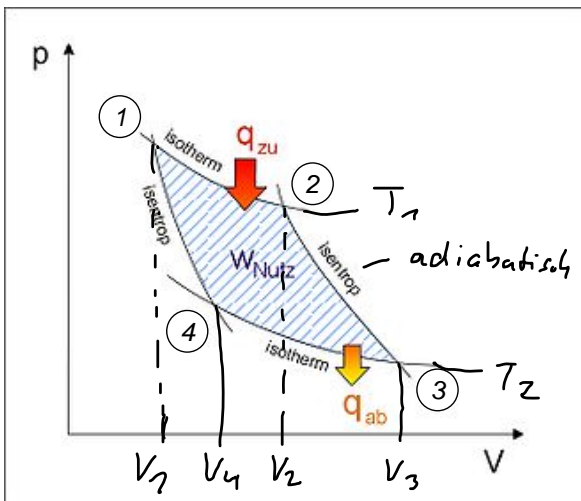
Wie kann man den maximalen Wirkungsgrad erhalten?

- Wärmeverluste minimieren

adiabatisch verdichten / expandieren

$$dQ = 0$$

- vollständig umkehrbarer Prozess / reversibel



3-4 isotherme Kompression  
 $+ W_{34} = -Q_{34} = n R T_2 \cdot \ln \frac{V_3}{V_4}$

4-1 adiabatisch  
 $\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{V_4}{V_3} \right)^{\gamma-1}$

Carnot'scher Kreisprozess

1-2 isotherm Wärme  $Q_{12}$   
 → Ausdehnung → Arbeit  
 $-W_{12} = Q_{12} = n \cdot R T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$

2-3 Adiabatisch  
 $\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{V_3}{V_2} \right)^{\gamma-1}$

$$\frac{V_3}{V_2} = \frac{V_4}{V_1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

$$- W_{23} = c_v \cdot m (T_1 - T_2) = W_{41} \quad (q_{\text{summe}} = 0)$$

Gesamtarbeit

$$- W = -W_{12} - W_{34} = n R \left( T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} - T_2 \cdot \ln \frac{V_3}{V_4} \right)$$

$$- W = n R (T_1 - T_2) \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Wirkungsgrad  $\eta = \frac{\text{in Arbeit umgewandelte Wärmemenge}}{\text{zugeführte Wärmemenge}}$

$$\eta = \frac{|W|}{Q} = \frac{n R (T_1 - T_2) \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}}{n R T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}} \quad \left. \begin{array}{l} T_1 > T_2 \\ \text{in Kelvin!} \end{array} \right\} \begin{array}{l} T_2 \text{ minimal} \\ T_1 \text{ maximal} \end{array}$$

Bsp. Dampfmaschine James Watt 1769

$$T_1 = 110^\circ \text{C} \quad T_2 = 55^\circ \text{C}$$

$$\eta = 1 - \frac{(55 + 273) \text{K}}{(110 + 273) \text{K}} = 0,14$$

→ weitere Verluste

effekt. Wirkungsgrad  $\approx 2\%$

Dampfturbine

$$T_1 = 480^\circ \text{C} \quad T_2 = 80^\circ \text{C}$$

$$\Rightarrow \eta \approx 50\%$$

aber effektiv

auch nur  $\approx 20\%$

# Zusammenfassung

- Carnot-Wärmekraftmaschine
  - Kreisprozess, reversibel arbeitend zwischen zwei Wärmereservoirien
    - Isotherme Aufnahme von Wärme mit Temperatur  $T_1$
    - Adiabatische Expansion
    - Isotherme Abgabe von Wärme bei der Temperatur  $T_2 < T_1$
    - Adiabatische Kompression
- Wirkungsgrad einer Wärmekraftmaschine
  - Wirkungsgrad  $\eta = |W|/Q$ 
    - verrichtete Arbeit  $W$  / aufgenommene Wärme  $Q$
    - Maximal möglicher Wirkungsgrad (erreicht im Carnot-Prozess)  
$$\eta = (T_1 - T_2)/T_1 \quad (T_2 < T_1) \quad T \text{ in Kelvin!}$$